МАТЕМАТИКА
Экономфак, 1 семестр, 2017-2018 уч. год
Направления обучения: Экономика, Менеджмент

Оглавление

1. Содержание учебного материала

Модуль 1. Функции одного переменного. Числовые множества, операции над множествами. Модуль действительного числа, окрестности. Комплексные числа, арифметика комплексных чисел, тригонометрическая форма. Декартова плоскость, различные уравнения прямой на плоскости. Графическое решение систем линейных неравенств. Понятие о пределе функции одного переменного, непрерывность. Дифференцируемость функции одного переменного: понятия производной и дифференциала, геометрический, физический, экономический смысл, связь с непрерывностью, производные и дифференциалы старших порядков. Приложения производных к исследованию функций (монотонность, экстремумы, направления выпуклости графика). Асимптоты графика функции одного переменного, полное исследование и построение эскиза графика.

Модуль 2. Элементы линейной алгебры-1. Матрицы. Операции над матрицами. Определители матриц. Обратные матрицы. Квадратичные формы и определение знака квадратичной формы. Элементы векторного исчисления, уравнения прямых и плоскостей в пространстве.

2. Литература

1. Общий курс высшей математики для экономистов /Под ред В.И.Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2010.

2. Сборник задач по высшей математике для экономистов /Под ред В.И.Ермакова. - М.: ИНФРА-М, 2009.

3. Справочник по математике для экономистов. Под ред.В.И.Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2009

4. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике. – М.: Финансы и статистика, 2001.

5. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 2001.

6. Налбандян Ю.С., Спинко Л.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. Метод. указания для студентов специальности «Менеджмент организаций» (дневное и заочное отделение экономфака РГУ). - Ростов-на-Дону, 2004

7. Налбандян Ю.С. Руководство к решению задач по линейной алгебре. Метод. указания для студентов специальности «Менеджмент организаций» (дневное и заочное отделение экономфака РГУ). - Ростов-на-Дону, 2007

3. Методические рекомендации

«Математика» - дисциплина, которая включает в себя основные результаты тех разделов классической математики, которые находят приложение в экономических исследованиях. Её освоение требует систематической работы, как аудиторной (на лекциях и практических занятиях), так и самостоятельной (выполнение заданий преподавателя, разбор предлагаемых теоретических задач, изучение литературы).

Во время лекций необходимо вести конспектирование учебного материала, обращая внимание на определения, формулировки основных утверждений, логику проводимых доказательств, а также на научные выводы и практические рекомендации по решению задач. После каждой прослушанной лекции требуется тщательно разобрать законспектированный материал, отметив места, оставшиеся непонятными; найти соответствующие разделы в рекомендованной основной и дополнительной литературе, восстановив с их помощью обнаруженные пробелы; постараться не только осознать, но и самостоятельно восстановить проведенные на лекции доказательства, рассмотреть предложенные теоретические задачи.

Поскольку план проведения практических занятий доведен до студентов в начале семестра, то перед каждым занятием необходимо:

- разобрать указанные преподавателем разделы лекций, а также соответствующие разделы учебников и учебных пособий;
- выписать определения, формулы, утверждения¸ которые потребуются для решения задач по заданной тематике.

После занятия перед выполнением домашнего задания желательно просмотреть задачи, разобранные в аудитории, попробовать самостоятельно восстановить их решения, и только после этого, убедившись в том, что материал освоен, перейти к решению новых задач. При необходимости - обращаться к рекомендованной литературе, обращая особое внимание на разобранные примеры.

Оценка знаний студента осуществляется на основе балльно-рейтинговой системы, в соответствии с учебной картой дисциплины. *Текущий контроль* осуществляется в виде текущих опросов, проверяющих степень понимания разобранного материала, оценки работы студентов в аудитории и у доски на практических занятиях и качества выполнения ими домашних работ, а также в виде тестов, позволяющих уточнить, насколько обучающиеся овладели теорией. *Рубежный контроль* – это контрольные работы, проводимые после завершения изложения материала каждого из модулей. Подготовка к контрольным работам предполагает повторный просмотр теории и задач, изученных в соответствующем модуле, а также разбор типовых задач и заданий, предложенных преподавателем. Ответы на вопросы контрольной работы должны быть связными, максимально подробными, содержать вспомогательные выкладки и формулировки используемых утверждений. Аналогично рекомендуется действовать при подготовке к письменным коллоквиумам, проверяющим понимание теории и способность использовать ее в решении простейших исследовательских задач (в том числе экономического характера).

Промежуточная аттестация представляет собой зачет, оценка по которому выставляется по балльно-рейтинговой системе с учетом баллов, набранных в семестре, в полном соответствии

В случае возникновения затруднений с освоением материала студент может обратиться к преподавателю с конкретными вопросами во время семестровых консультаций.

4. Ориентировочный учебный план

1я неделя	Элементы теории множеств, свойства модуля, модульные неравенства, окрестности числа. Комплексные числа: модульные неравенства, арифметика
2 я неделя	Арифметика комплексных чисел. Тригонометрическая форм. Декартова плоскость, уравнения прямой (общее, с угловым коэффициентом, в отрезках – переход от одного к другому, условия параллельности и перпендикулярности)
3 я неделя	Составление уравнений прямых. Графическое решение систем линейных неравенств.
4 я неделя	Вычисление пределов (∞/∞, $\infty-\infty$, 0/0)
5 я неделя	Эквивалентности. Производные и дифференциалы 1-го порядка.
6 я неделя	Производные и дифференциалы старших порядков, правило Лопиталя
7 я неделя	Монотонность и выпуклость
8 я неделя	Контрольная работа.
НЕДЕЛЯ УНИВЕРСИТЕТСКОЙ АКТИВНОЙ МОБИЛЬНОСТИ	
10 я неделя	Арифметика матриц
11 я неделя	Эквивалентные матрицы, приведение к ступенчатому виду. Определители 2-го и 3-го порядка
12 я неделя	Вычисление определителей с использованием свойств.
13 я неделя	Обратные матрицы, два метода их нахождения.
14 я неделя	Матричные уравнения. Квадратичные формы (определение знака)
15 я неделя	Скалярное и векторное произведения. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве
16 я неделя	Контрольная работа
17 я неделя	Обзорное занятие

5. УЧЕБНАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ «Математика»

№	Виды контрольных мероприятий	Текущий контроль	Рубежный контроль
	Модуль 1. ***Функции одного переменного***	**25**	**30**
1	Посещение занятий	5	
2	Работа на практических занятиях	5	
3	Контрольная работа		20
4.	Коллоквиум		10
5.	Индивидуальное задание	15	
	Модуль 2. ***Основные понятия линейной алгебры***	**10**	**35**
1	Посещение занятий	5	
2	Работа на практических занятиях	5	
3	Коллоквиум		15
4	Контрольная работа		20
	Всего	**35**	**70**
	Бонусные баллы	**10**	Решение задач повышенной сложности на контрольных и коллоквиумах

6. Коллоквиумы

Программа коллоквиума по модулю 1

1. Объединение, пересечение и разность множеств, умение найти их для конечных числовых множеств

2. Модуль вещественного числа, его свойства. Что представляют собой множества, описанные неравенствами: $|x|<6$; $|x-3|>4$; $|x+2|=5$; $|x-4|\le 2$; $|x|\ge 3$ (и аналогичными им)?

3. Окрестности числа и бесконечно удаленной точки (определения и примеры). Уметь записывать ε-окрестности заданных точек при различных значениях ε>0.

4. Комплексные числа: алгебраическая форма, тригонометрическая форма, аргумент, модуль, модульные неравенства вида $|z|<6$; $|z-3|>4$; $|z-2+i|>5$ (и аналогичные). Возведение в степень и извлечение корня (примеры - $(1+i\sqrt{3})^5$; $\left[2\left(\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}\right)\right]^{10}$; $(2i-2)^{15}$; $\sqrt[3]{i}$; 6) $\sqrt[4]{-4}$; $\sqrt{1+i}$; $\sqrt[6]{1}$).

5. Общее уравнение прямой на плоскости, смысл параметров.

6. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, смысл параметров.

7. Уравнение прямой в отрезках, смысл параметров

8. Формула для определения тангенса угла между прямыми на плоскости и ее следствия (условия параллельности и перпендикулярности – знать и уметь применять).

9. Определение предела функции на языке окрестностей и его частные случаи на языке ε-δ, например, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-3$, $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$ и т.д.

10. Сходящиеся последовательности, монотонные последовательности, ограниченные последовательности, лемма о пределе монотонной ограниченной последовательности.

11. Ограниченность функции (сверху, снизу, просто ограниченность), теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел (формулировка).

12. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции, их свойства, теорема о связи между бесконечно малыми и бесконечно большими (формулировки). Вычисление пределов с помощью этих свойств, например $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2-3x+\sin x)$, $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+\sin x}{x}$. Теорема о представлении функции, имеющей конечный предел, через бесконечно малую функцию (формулировка).

13. Теорема об арифметических действиях с пределами функций (формулировка), теорема о пределе сложной функции.

14. Определение эквивалентных функций, лемма об эквивалентности функции своему конечному пределу, теорема о замене эквивалентных функций (формулировки).

15. Приращение аргумента и функции, два определения непрерывность функции в точке и на множестве, их эквивалентность

16. Приращение аргумента и функции, понятие о производной функции в точке, дифференцируемость функции в точке и на множестве

17. Геометрический смысл производной. Составление уравнения касательной к графику функции в заданной точке (знать правило и уметь составить уравнение).

18. Физический смысл производной. Производная константы. Теоремы о действиях с дифференцируемыми функциями.

19. Приращение аргумента и функции, теорема о связи между непрерывностью и дифференцируемостью.

20. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала

21. Теорема Лагранжа и следствия (формулировки)

22. Определения строгой монотонности функции одного переменного, связь со знаком первой производной

23. Определения точек экстремума и экстремумов функции (локальных максимума и минимума).

24. Необходимое, первое и второе достаточные условия экстремума функции одного переменного

25. Направления выпуклости графика функции, связь со знаком второй производной

26. Определение точки перегиба графика функции, необходимое и достаточное условие

27. Односторонние пределы (определения), теорема о связи с обычным пределом (формулировка). Вычисление односторонних пределов, выводы о существовании и значении обычного предела (например, для функций $f(x)=\begin{cases}x+1, x\le 0\\ x-1, x>0\end{cases}$ при $x\to 0$, $f(x)=\begin{cases}x+1, x\le 1\\ 2x, x>1\end{cases}$ при $x\to 1$)

28. Точки разрыва, их классификация.

29. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции: знать определения и уметь найти.

30. Теорема Вейерштрасса, определение наибольшего и наименьшего значения функции.

Программа коллоквиума по модулю 2

1.Матрицы: основные обозначения (элемент, строка, столбец, размер)

2. Виды матриц (с примерами) – квадратные, треугольные, диагональные, единичные, ступенчатые)

3. Линейные операции с матрицами (определение действий, сложение, умножение на число, свойства).

4. Транспонирование матриц (определение, свойства операции).

5. Произведение матриц (определение, свойства).

6. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы, понятие о ранге матрицы и способ его нахождения.

7. Понятие об определителях 1-го, 2-го и 3-го порядков, раскрытие по первой строке.

8. Миноры и алгебраические дополнения к элементам матрицы, основная теорема об определителях.

9. Свойства определителей (с доказательством для случая определителя 2-го порядка).

10. Определение обратной матрицы, теорема о существовании обратной матрицы.

11. Свойства обратных матриц.

12. Решение матричных уравнений вида $AX=B$, $XA=B$, $AXC=B$

13. Квадратичные формы и их матрично-векторный вид.

14. Знакоопределенные и знакопеременные квадратичные формы.

15. Угловые миноры квадратичной формы и критерий Сильвестра.

16. Скалярное произведение векторов, ортогональность векторов.

17. Общее уравнение плоскости в пространстве, вектор нормали.

18. Уравнение плоскости, проходящей через точку перпендикулярно заданному вектору.

19. Уравнение плоскости, проходящей через три заданных точки.

20. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.

21. Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей.

22. Направляющий вектор прямой (на плоскости и в пространстве), параметрическое и каноническое уравнения прямой (на плоскости и в пространстве).

22. Переход от одного вида уравнения прямой в пространстве к другому.

Примеры билетов коллоквиума 1

Вариант 1

1. Окрестностью отрицательной бесконечно удаленной точки радиуса 100 является множество **(0,5б)**	А) $(-100;100)$ Б) $(-\infty;100)$ В) $(-\infty,-100)$ Г) $(-\infty;-100)\cup(100;+\infty)$
2 Какая из функций является ограниченной на всей области определения?**(0,5б)**	А) $f(x)=e^x$ Б) $f(x)=\sin x$ В) $f(x)=2x+1$ Г) $f(x)=\operatorname{tg}x$
3. Выберите неправильное утверждение из предложенных **(0,5б)**	А) произведение бесконечно большой и бесконечно малой функций – бесконечно большая функция Б) конечное произведение бесконечно больших функций является бесконечно большой функцией В) конечная сумма бесконечно малых функций является функцией, бесконечно малой Г) конечное произведение бесконечно малых функций является функцией, бесконечно малой
4. $\lim\limits_{x\to-3} f(x)=0$, если **(0,5б)**	А) Для любого ε>0 найдется δ>0 f(x)<ε при 0<|x+3|<δ (x∈D(f)) Б) Для любого ε>0 найдется δ>0 |f(x)|<ε при |x+3|<δ (x∈D(f)) В) Для любого ε>0 найдется δ>0 |f(x)|<ε при 0<|x+3|<δ (x∈D(f)) Г) Для любого ε>0 найдется δ>0 f(x)>ε при 0<|x+3|<δ (x∈D(f))
5. Точка *a* из области определения функции *f*(*x*) является точкой локального минимума *f(x),* если *f'*(*a*) = 0 и **(0,5 балла)**	a) производная функции в ее окрестности постоянна b) в окрестности этой точки производная равна нулю c) в некоторой окрестности этой точки производная положительна слева и отрицательна справа от точки d) в некоторой окрестности этой точки производная отрицательна слева и положительна справа от точки
6. Какое из утверждений справедливо? **(0,5б)**	A) если *f(x)* непрерывна в точке *a*, то она дифференцируема в этой точке; B) если *f(x)* непрерывна в точке *a*, то определен $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ C) если *f(x)* непрерывна в точке *a*, то $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$ D) если *f(x)* непрерывна в точке *a*, то $\lim\limits_{x\to a} f(x)=0$
7. Выберите правильное утверждение для прямой $5-3y+2x=0$ **(0,5б)**	a) вектор нормали $\bar{n}=(-3,2)$, угл. коэфф. $k=2$ b) вектор нормали $\bar{n}=(5,-3)$, угл. коэфф. $k=-5/2$ c) вектор нормали $\bar{n}=(2,-3)$, угл. коэфф. $k=-2/3$ d) вектор нормали $\bar{n}=(2,-3)$, угл. коэфф. $k=2/3$
8. Пусть даны множества $A=\{-7,-5,-4,3,4,5\}$, $B=\{-5,-3,0,2,3,4\}$. Найдите: 1) $A\bigcup B$, 2) $A\bigcap B$, 3)$A\setminus B$, 4)$B\setminus A$ **(1 б)**	

9.. Сформулируйте теорему Лагранжа и ее следствия **(0, 5 б**)	
10. Сформулируйте геометрический смысл производной и составьте уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^3-3x^2+x$ в точке с абсциссой *x=1* **(1,5 б)**	
11 Запишите комплексное число $z=-2i-2$ в тригонометрической форме и найдите z^8 (2 б)	

12. Найдите $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ (если существует) для $f(x)=\begin{cases} -x^2, \text{ если } x\le -2 \\ x+6, \text{ если } -2<x<2 \\ x^3, \; x\ge 2 \end{cases}$ (1,5 б)	
13. БОНУС (3 б) Найдите асимптоты к графику функции $f(x)=(1-x^3)/(x^2-9)$	

Вариант 2

1. Пусть даны множества $A=\{-7,-5,-4,3,4,5\}$, $B=\{-5,-3,0,2,3,4\}$. Разность $A\backslash B$ имеет вид	А) $\{-7;-5;3;5\}$ Б) $\{-7;-4;4\}$ В) $\{-7;-4;5\}$ Г) $\{-5;3;4\}$
2. Окрестностью бесконечно удаленной точки радиуса 100 является множество **(0,5б)**	А) $(-100;100)$ Б) $(-\infty;100)$ В) $(-\infty,-100)$ Г) $(-\infty;-100)\cup(100;+\infty)$
3. Выберите правильное утверждение из предложенных **(0,5б)**	А) произведение бесконечно большой и бесконечно малой функций – бесконечно большая функция Б) произведение бесконечно большой функции и ограниченной функции является бесконечно большой функцией В) сумма бесконечно больших функций является бесконечно большой функцие Г) сумма бесконечно большой функции и ограниченной функции является бесконечно большой функцией

4. $\lim\limits_{x\to -3} f(x)=3$, если	А) Для любого $\varepsilon>0$ и любого $\delta>0$ $\lvert f(x)-3\rvert<\varepsilon$ при $0<\lvert x+3\rvert<\delta$ $(x\in D(f))$ Б) Для любого $\varepsilon>0$ найдется $\delta>0$: $\lvert f(x)+3\rvert<\varepsilon$ при $0<\lvert x-3\rvert<\delta$ $(x\in D(f))$ В) Для любого $E>0$ найдется $\delta>0$: $\lvert f(x)-3\rvert<\varepsilon$ при $0<\lvert x+3\rvert<\delta$ $(x\in D(f))$ Г) Для любого $E>0$ найдется $\delta>0$: $\lvert f(x)-3\rvert<\varepsilon$ при $\lvert x-3\rvert<\delta$ $(x\in D(f))$
5. Точка *a* из области определения функции $f(x)$ является точкой перегиба графика $f(x)$, если $f''(a)=0$ и **(0,5 балла)**	a) при переходе через эту точку первая производная меняет знак b) при переходе через эту точку вторая производная меняет знак c) в некоторой окрестности этой точки первая производная положительна слева и отрицательна справа от точки d) в некоторой окрестности этой точки первая производная отрицательна слева и положительна справа от точки
6.Чему равна производная функции $f(x)=\sin(\sin x)$: **(0,5б)**	**A)** $f'(x)=\cos x\cos(\sin x)$ **B)** $f'(x)=\cos(\cos x)$ **C)** $f'(x)=\sin x\cos(\sin x)$ **D)** $f'(x)=\cos x\cos(\cos x)$
7. Если уравнение прямой в отрезках имеет вид $\frac{y}{3}-2x=1$, то **(0,5б)**	a) при построении прямой надо на оси ОХ отложить значение «2», на оси ОУ значение «3» b) при построении прямой надо на оси ОХ отложить значение «-2», на оси ОУ значение «1/3» c) при построении прямой надо на оси ОХ отложить значение «1/2», на оси ОУ значение -3» d) при построении прямой надо на оси ОХ отложить значение «-1/2», на оси ОУ значение «1/3»
8. Решите неравенство $1<\lvert x+5\rvert$ **(1 б)**	
9. Дайте определение ограниченной функции и сформулируйте теорему об ограниченности функции, имеющей конечный предел**(0, 5 б)**	
10. Дайте определение эквивалентных функций. Являются ли эквивалентными при $x\to 0$ функции $f(x)=5x-3$ и $g(x)=x+3$? $f(x)=5x-3$ и $\varphi(x)=1-4\cos x$? **(1,5 б)**	
11 При каком C для $f(x)=\begin{cases}1+C\cos x, & x<0,\\ \sqrt[3]{x+27}, & x\ge 0\end{cases}$ существует $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ **?(1,5 б)**	

12. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=5x-3\sqrt[3]{x^5}$ на отрезке [-2;0] (2 б)	
13. БОНУС (3 б) Найдите $\sqrt[3]{-8i}$	

Примеры билетов коллоквиума 2

Вариант 1

1Размер $A=\begin{pmatrix}7 & 8 & -1\\ 2 & 4 & -6\\ 5 & 6 & 19\\ 3 & 3 & 9\end{pmatrix}$? 2. Для нее	a) (3x4) b) (4x3) c) (1x3) d) (3x3) a) $a_{23}=6$ b) $a_{23}=3$ c) $a_{23}=-6$ d) $a_{23}=8$
3. $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 1\\ 1 & 3 & 1\\ 3 & 3 & 3\end{pmatrix}$	a) $M_{32}=1$ b) $A_{32}=2$ c) $M_{32}=-1$ d) $M_{32}=0$ Подтвердить ответ вычислениями (1 б)
4. Для $A=\begin{pmatrix}3 & 4 & 0\\ 5 & 0 & 4\\ -2 & 3 & 3\end{pmatrix}$	a) $A_{12}=-23$ b) $A_{12}=-7$ c) $A_{12}=23$ d) $A_{12}=7$ Подтвердить ответ вычислениями (1 б)
5. Для $A=\begin{pmatrix}4 & -4\\ -1 & 1\end{pmatrix}$	a) $\lvert A\rvert = -4$ b) $\lvert A\rvert = 4$ c) $\lvert A\rvert = 1$ d) $\lvert A\rvert = 0$ Подтвердить ответ вычислениями (1 б)
6. При каком размере матрицы B определена операция A+B, если A(3x7)	a) B(7x3) b) B(3x3) c) B(3x7) d) B(4x3)
7. Выберите правильный ответ, если $A=\begin{pmatrix}8 & -2\\ 9 & x^2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-8 & -2\\ -4 & -x^2\end{pmatrix}$	a) $A+B=\begin{pmatrix}16 & -4\\ -13 & 2x^2\end{pmatrix}$ b) $A+B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 5 & 0\end{pmatrix}$ c) $A+B=\begin{pmatrix}0 & -4\\ 5 & 0\end{pmatrix}$ d) $A+B=\begin{pmatrix}-64 & 4\\ -5 & 0\end{pmatrix}$
8. Для $A=\begin{pmatrix}0 & 4\\ -6 & 1\end{pmatrix}$	a) $2A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -12 & 2\end{pmatrix}$ b) $2A=\begin{pmatrix}20 & 8\\ -36 & 1\end{pmatrix}$ c) $2A=\begin{pmatrix}0,2 & 1\\ -6 & 4\end{pmatrix}$ d) $2A=\begin{pmatrix}0 & 8\\ -12 & 2\end{pmatrix}$
9. Для какой из матриц определено произведение BxA, если $A=\begin{pmatrix}3 & -4 & 4\\ 6 & 7 & -1\\ 12 & 8 & 9\end{pmatrix}$	a) $B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix}2 & 14\\ 0 & 1\\ -18 & 0\end{pmatrix}$

	c) $B=\begin{pmatrix}32 & 0 & -2 & 0\\ 4 & 9 & 21 & -4\end{pmatrix}$ d) $B=\begin{pmatrix}13 & -2 & 8\\ -4 & 7 & 11\end{pmatrix}$
10. $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 6\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 6\end{pmatrix}$. AB - ?	a) $\begin{pmatrix}0 & 6\\ -4 & 36\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}4 & 0\\ -4 & 36\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}0 & 36\\ 0 & 36\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}4 & 0\\ 36 & 0\end{pmatrix}$ Подтвердите вычислениями (1 б)
11. Какая из матриц является верхней треугольной?	a) $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\ -1 & 3 & 0\\ 2 & 0 & 0\end{pmatrix}$ b) $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & -3\\ 0 & 2 & 3\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$ c) $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ d) $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 1 & 3 & 0\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$
12. Какое из указанных действий не относится к элементарным преобразованиям матриц?	a) строку матрицы умножить на отличное от нуля число; b) к одной строке матрицы прибавить другую строку; c) одну строку матрицы умножить на другую строку; d) вычеркнуть нулевую строку
13. Через точку A(-2;1;0) в направлении вектора *l=(2;-3;5)* проходит прямая, заданная параметрическим уравнением:	a) $\begin{cases}x=3+2t\\ y=1-t\\ z=4\end{cases}$, t ∈ (-∞;+∞) b) $\begin{cases}x=-2+2t\\ y=1-3t\\ z=5t\end{cases}$, t ∈ (-∞;+∞) c) $\begin{cases}x=2-2t\\ y=-3+t,\\ z=5\end{cases}$ t ∈ (-∞;+∞) d) $\begin{cases}x=-2+2t\\ y=1-3t\\ z=0\end{cases}$, t ∈ (-∞;+∞)
14. Для квадратичной формы от трех неизвестных угловые миноры имеют следующий знак: $\Delta_1<0$, $\Delta_2<0$, $\Delta_3<0$. Какое из утверждений справедливо?	а) Квадратичная форма положительно определена б) Квадратичная форма отрицательно определена в) О квадратичной форме ничего сказать нельзя г) Квадратичная форма является знакопеременной
15. Докажите, используя свойства определителей: $\begin{vmatrix}2 & 3 & 2x+3y\\ 4 & 5 & 4x+5y\\ 6 & 7 & 6x+7y\end{vmatrix}=0$ (3 б)	
16. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку (-3; 6: 1) параллельно плоскости $5z-3y+2x-7=0$ (2 б)	
17. Являются ли ортогональными вектора $a_1=(2;-4;-3;1;5)$ и $a_2=(-1;2;4;-1;7)$ (1 б)	
18 (БОНУС) Докажите, что если A и B – квадратные матрицы одного порядка, причем AB≠BA, то $(A+B)^2 \neq A^2+2AB+B^2$. (2б)	
19 (БОНУС) Решите матричное уравнение $X\cdot\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 3 & -1 & 1\\ -1 & -3 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ (3 б)	

Вариант 2

1Размер $A=\begin{pmatrix}9 & -11 & 24\\ 5 & 6 & 0\\ -3 & 7 & -4\\ -10 & 34 & 1\end{pmatrix}$? 2.Для нее	a) (3x4) b) (4x4) c) (4x3) d) (3x3) a) $a_{32}=7$ b) $a_{32}=34$ c) $a_{32}=6$ d) $a_{32}=0$
3. Для $A=\begin{pmatrix}2 & -3 & -1\\ 4 & -1 & 2\\ 1 & 5 & 0\end{pmatrix}$	a) $M_{11}=-1$ b) $M_{11}=-10$ c) $M_{11}=2$ d) $M_{11}=10$ Подтвердить ответ вычислениями. (1 б)
4. Для $A=\begin{pmatrix}-3 & 2 & 4\\ 5 & 1 & -7\\ 2 & 1 & 4\end{pmatrix}$	a) $A_{32}=-4$ b) $A_{32}=4$ c) $A_{32}=1$ d) $A_{32}=-1$ Подтвердить ответ вычислениями. (1 б)
5. Для $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$	a) $\lvert A\rvert = 0$ b) $\lvert A\rvert = 1$ c) $\lvert A\rvert = 3$ d) $\lvert A\rvert = -2$ Подтвердить ответ вычислениями. (1 б)
6. Какого размера должна быть матрица В, чтобы была определена операция А+В, если А(4х3)	a) B(7x3) b) B(3x3) c) B(3x7) d) B(4x3)
7. Выберите правильный ответ, если $A=\begin{pmatrix}9 & -2\\ 1 & -7\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}5 & 2\\ -1 & 6\end{pmatrix}$	a) $A+B=\begin{pmatrix}10 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ b) $A+B=\begin{pmatrix}4 & -4\\ -1 & 13\end{pmatrix}$ c) $A+B=\begin{pmatrix}14 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ d) $A+B=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & 13\end{pmatrix}$
8. Выберите правильный ответ, если $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -6 & 11\end{pmatrix}$	a) $-3A=\begin{pmatrix}0 & -6\\ -18 & -33\end{pmatrix}$ b) $-3A=\begin{pmatrix}0 & 6\\ 18 & 33\end{pmatrix}$ c) $-3A=\begin{pmatrix}0 & -6\\ 18 & 33\end{pmatrix}$ d) $-3A=\begin{pmatrix}0 & -6\\ 18 & -33\end{pmatrix}$
9. Для какой из приведенных ниже матриц определено произведение АхВ, если $A=\begin{pmatrix}3 & -4 & 4\\ 6 & 7 & -1\\ 12 & 8 & 9\end{pmatrix}$	a) $B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix}32 & 0 & -2 & 0\\ 4 & 9 & 21 & -4\end{pmatrix}$ c) $B=\begin{pmatrix}2 & 14\\ 0 & 1\\ -18 & 0\end{pmatrix}$ d) $B=\begin{pmatrix}3 & 7\\ 0 & -4\\ -5 & 11\\ 2 & 4\end{pmatrix}$
10. $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -2\end{pmatrix}$. АВ - ?	a) $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & -4\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}0 & 1\\ -2 & 5\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}0 & -2\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}0 & 1\\ -2 & -5\end{pmatrix}$ Подтвердите вычислениями (1 б)

11. Какая из матриц не является квадратной?

a) $\begin{pmatrix}2 & 3 & -2\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 2 & 2\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}1 & 3 & -2\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}1 & 3 & -2\\ 0 & 3 & 1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}-3 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$

12. Какое из свойств арифметических операций с матрицами неправильно?	a) A(BC)=(AB)C b) A(B+C)=AB+AC c) AB=BA d) A+B=B+A
13. Матрица квадратичной формы $f(X) = -2x_1^2 + 2x_1x_2 - 3x_2^2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 3x_3^2$ имеет вид	а) $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 4 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & -2 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
14. Какое из уравнений задает плоскость, параллельную плоскости $3x - 5y + z = 0$?	а) $6x - 10y + z = 0$ б) $4 - 3x - 5y - z = 0$ в) $4 - 3x + 5y - z = 0$ г) $-3x + 5y - 2z = 0$
15. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки с координатами A(3;-1;4), B(-1; 2; 5), C(1; 3; 3), укажите ее вектор нормали (3 б)	
16. Дайте определение обратной матрицы. Справедливо ли утверждение $A^{-1}=B$ для $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & -6 \\ 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$? (2 б)	
17. Являются ли перпендикулярными прямые, заданные каноническими уравнениями $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{5} = \frac{z}{1}$ и $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+6}{-8}$ (1 б)	
18 (БОНУС) Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & -1 \\ 6 & 1 & 10 & 1 \\ -1 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ (2б)	
19 (БОНУС) Докажите, используя свойства определителей: $\begin{vmatrix} a_1 + b_1x & a_1 - b_1x & c_1 \\ a_2 + b_2x & a_2 - b_2x & c_2 \\ a_3 + b_3x & a_3 - b_3x & c_3 \end{vmatrix} = -2x \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ (3 б)	

6. Задания проверочных работ

Контрольная работа № 1

Объем работы уточняется перед контрольной в зависимости от уровня студентов.

ВАРИАНТ № 1

1. Вычислить $2\dfrac{2i+1}{3+i}-\overline{(2-i)}$ (1,5 б)

2. Составить уравнения прямых, проходящих через точку А(-2;1) параллельно и перпендикулярно прямой $5-3x+2y=0$ (1,5 б)

3. Решить графически систему линейных неравенств $\begin{cases} 2x+y\le 8 \\ x+y\ge 5 \\ x\ge 0,\, y\le 6 \end{cases}$ (3 б)

4. Найти, не применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x-x^2}{2x^2-5x+2}$ (1,5 б) б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\operatorname{arctg}5x}$ (1,5 б) в) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{9n^2+2n}-3n)$ (2 б)

5. $f(x)=\cos\dfrac{4-x^2}{\operatorname{tg}3x}$, $f'(x)-?$ (1 б) 6. $f(x)=x\cdot\sqrt{x^2-x+9}$, $df\big|_{x=1}-?$ (1,5 б)

7. Найти с помощью правила Лопиталя: а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^5-3x^2+x+1}{x^4-4x^2+4x-1}$ (1,5б) б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos x)}{\arcsin^2 4x}$ (1,5 б)

8. . $f(x)=\ln(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})$, $f''(x)-?$ (1,5 б)

9. Определить интервалы монотонности функции и найти точки экстремума: $f(x)=x(2x-1)^3$ (2 б)

ВАРИАНТ № 2

1. Вычислить $\overline{(2i+5)\cdot i}-\dfrac{1-2i}{1+i}$ (1,5 б)

2. Составить уравнения прямых, проходящих через точку А(1;-4) параллельно и перпендикулярно прямой $5+4x+3y=0$ (1,5 б)

3. Решить графически систему линейных неравенств $\begin{cases} x+y\le 6 \\ 2x-y\le 0 \\ x\ge 0,\, y\ge 1 \end{cases}$ (3 б)

4. Найти, не применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{8x^9+x-2}}{1-3x^2-2x^3}$ (1,5 б) б) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sin 6x+\sin 18}{9-x^2}$ (2 б) в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{x+2}-1}{x^2-5x-6}$ (1,5 б)

5. $f(x)=(3x+4)\ln(5-3x+2x^2)$, $f'(x)-?$ (1 б) 6. $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt[3]{x^4-2x+2}}$, $df\big|_{x=1}$ (1,5 б)

7. Найти с помощью правила Лопиталя: а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x-6\sin x}{\operatorname{tg}^2(2x)}$ (1,5б) б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln(2-x^2)}{x^2+\sin\pi x-1}$ (1,5 б)

8. . $f(x)=\arccos\sqrt{1-4x^2}$ $x\in(0;1/2)$. $f''(x)-?$ (1,5 б)

9. Найти и охарактеризовать направления выпуклости и точки перегиба графика функции $f(x) = x^3 e^{-4x}$ (2б)

Пример индивидуального задания по первому модулю

1. Провести полное исследование функции по приведенной выше схеме и построить эскиз графика: $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$

2. Охарактеризовать точки разрыва следующих функций:

а) $f(x) = \begin{cases} -x^2, \text{ если } x \le -1 \\ 3+4x, \text{ если } -1 < x \le 2 \\ \sin x, \ \ x > 2 \end{cases}$ б) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2 - 3x - 4}$

Контрольная работа № 2

ВАРИАНТ № 1

1. Найдите $3BC - 2A^2$, если $A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 1 & -3 \\ -2 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ -4 & 4 & 7 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$, (5б)

2.Найдите A_{41} для $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 6 & 6 & 3 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 3 & 5 & 7 \\ 5 & 3 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ (4б).

3. Найти матрицу, обратную к $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -8 \\ 4 & -6 & -1 \end{pmatrix}$ (3б)

4. Для заданной квадратичной формы выписать ее матрицу и определить знак квадратичной формы: $f(X) = 3x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 - 4x_1x_3 + 5x_3^2$ (3б)

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A(-2;1;3), B(2;5;3), A(1;2;4). Определить ее вектор нормали. Записать уравнение плоскости, параллельной найденной, которой принадлежит точка D(6;-1;-5) (4 б)

6. Привести уравнение прямой $\begin{cases} 2y - z + 2 = 0 \\ -x + 2y + 3z - 4 = 0 \end{cases}$ к параметрическому виду и найти угол, который эта прямая образует с прямой $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 4 \end{cases}$, $t \in R$ (4б)

ВАРИАНТ № 2

1. Найдите $2BC - A^2$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 6 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & 3 & -5 & 1 \\ 7 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, (5б)

2. Найдите A_{32} для $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 6 & 3 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 3 & 7 & 5 \\ 3 & 3 & 2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$ (4б).

3. Найти матрицу, обратную к $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ (3б)

4. Для заданной квадратичной формы выписать ее матрицу и определить знак квадратичной формы: $f(X) = -x_1^2 + 2x_1x_2 - 3x_2^2 + 2x_1x_3 - 5x_3^2$ (3б)

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A(-2;-1;1), B(3;-2;3), A(1;2;0). Определить ее вектор нормали. Записать уравнение плоскости, параллельной найденной, которой принадлежит точка D(-6;1;-5) (4 б)

6. Привести уравнение прямой $\begin{cases} x + y - 3z - 2 = 0 \\ x + 2y + 3z - 4 = 0 \end{cases}$ к параметрическому виду и найти угол, который эта прямая образует с прямой $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = -2t \end{cases}$, $t \in R$ (4б)