

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РОСТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ю.С.НАЛБАНДЯН

НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ
ПРОФЕССОРА Д.Д.МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО
В ВАРШАВЕ (1898–1916)

Ростов-на-Дону, 1998

Рукопись депонирована в ВИНТИ 20 июля 1998 г., N 2290-B98

©Ю.С.Налбандян

Более 50 лет продолжалась научная, педагогическая и общественная деятельность известного математика Д.Д.Мордухай-Болтовского (1876—1952). Около 20 из них прошли в Варшаве, и именно они являются темой данной статьи, основанной на архивных материалах. Однако сразу необходимо подчеркнуть, что предлагаемый очерк не претендует на полноту изложения научных результатов Дмитрия Дмитриевича. Каждое из затронутых направлений его творчества требует отдельного изучения, тем более, что в последующие 35 лет своей деятельности он неоднократно возвращался к этим проблемам, даже несмотря на существенно расширившийся круг научных интересов. Следует особо подчеркнуть, что для Мордухай-Болтовского вообще характерна долговременная привязанность к любой избранной теме: он как бы руководствовался принципом "Открыв для себя что-то новое, его уже не закроешь".

Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской родился в г. Павловск Петербургской губернии. Его "прадед, дед и отец имели земельную собственность в Тверской губернии. Но все трое служили на государственной службе, в частности отец был инженером путей сообщения"¹⁾.

В первые гимназические годы Дмитрий увлекался чтением, благо в доме была обширная библиотека. Острый интерес к математике, по словам самого Мордухай-Болтовского, пробудился у него в 15 лет, и это специально отмечено в аттестате зрелости, выданном 1-й классической гимназией Санкт-Петербурга в 1894 г. В том же году он поступает в число студентов физико-математического факультета Санкт-Петербургского университета, одного из ведущих центров научной мысли в России. Здесь ему посчастливилось слушать лекции таких выдающихся ученых и педагогов как А.Н.Коркин, А.А.Марков, Ю.В.Сохоцкий, К.А.Поссе, Д.А.Граве, С.Е.Савич, И.Л.Пташицкий, Д.Ф.Селиванов, Д.К.Бобылев, Е.В.Борисов. Будучи сам уже маститым профессором, Мордухай-Болтовской с глубокой благодарностью вспоминал своих учителей, которые, по его образному выражению, "жили под солнцем Чебышева", к школе которого "на правах внука" он причислял и себя²⁾.

О своем отношении к самому учебному процессу Дмитрий Дмитриевич рассказывал в письмах к сыну в 1928 г.: "Лекции, которые не могли быть полезными, я не посещал. Тех, кто лекции читал так, что нельзя было

найти в книге, я подробно записывал. Тех, кто читал как Марков совершенно по книге (Введение в анализ), конечно, не записывал; кто, как Поссе, несколько отступал, сверял с книгой, которую я раньше читал, из лекций делал пополнения. Конечно, не все, а те, которые считал полезными, необязательные лекции, я посещал, некоторые даже подробно записывал и переписывал, внимательно вникая, но не уча их”... В другом письме читаем: ”В стремлении к широте знаний можно зарваться. При моих всегда широких вкусах, в бытность свою в университете, начиная со 2 курса я вынужден был себя сильно сократить, превратившись только в математика. Мое философское образование получено, главным образом, по окончании университета от 1898 по 1908 год”³⁾.

За годы обучения Д.Д.Мордухай–Болтовской сделал ряд докладов в математическом студенческом кружке. В качестве кандидатской (дипломной) работы он подготовил сочинение ”О преобразовании кратных интегралов”, заслужившее особое одобрение К.А.Поссе. Позднее в автобиографии Дмитрий Дмитриевич отметит, что считает Поссе ”своим учителем, наставившим [меня] на те темы, которыми я занимался главным образом в молодости, т.е. об Абелевых и эллиптических интегралах и функциях”.

В ВАРШАВСКОМ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ (1898–1907)

Трудолюбивый и способный студент обратил на себя внимание своих учителей и по представлению К.А.Поссе и А.А.Маркова был оставлен в 1898 г. при университете для приготовления к профессорскому званию (нынешняя аспирантура), но... без стипендии. Они же рекомендовали Мордухай–Болтовского Г.Ф.Вороному, когда тот подбирал кадры математиков для работы в только что открывшемся Варшавском Политехническом Институте. Так началась педагогическая деятельность Д.Д.Мордухай–Болтовского в качестве нештатного (с 1.11.1898), а через год и штатного преподавателя с функциями ассистента при Г.Ф.Вороном, а затем и при В.А.Анисимове.

В те годы (да и позже) практическим занятиям в высших технических заведениях уделялось гораздо больше внимания и времени, нежели в университетах. У недавнего студента Мордухай–Болтовского опыта в этом отношении было чрезвычайно мало. Недостаточно было в России и печатных сборников задач по основным разделам высшей математики. Поэтому от молодого преподавателя требовалась кропотливая работа и по подборке примеров, и по методике организации и проведения занятий. Можно сказать, что он блестяще справился с этими проблемами.

С 1898 по 1903 гг. литографским способом было издано шесть вариантов задачникoв по различным отделам высшего анализа. Их автор, Д.Д.Мордухай–Болтовской, был уверен, что ”студент под руководством преподавателя изучает не только теории, т.е. основные понятия, теоремы с их доказательствами, но обучается также самостоятельно решать задачи, т.е. изучает и практическую сторону науки” [25, стр.1], а ассистент, ведущий занятия, ”не только учит, но и учится сам”. Учится, в том числе, и совершенствовать учебный процесс.

В 1904 г. в Варшаве на русском и польском языках появляется первый из его задачникoв (см. [25]), предназначенный для студентов технических заведений и для самообразования. Для нас и сегодня интересны не только подбор и классификация задач, но и те методические рекомендации, которые автор формулирует во Введении. При этом он не навязывает категорически своего мнения, а излагает различные способы ведения практических занятий, характеризуя их с точки зрения целей, которые каждое из этих занятий ставит (руководствуясь при этом твердой уверенностью, что ”математика требует гимнастики ума, требует самостоятельного мышления” [25, стр.1]).

Через 10 лет, отстаивая необходимость введения штатных должностей ассистентов чистой математики в Варшавском университете, Д.Д.Мордухай–Болтовской обращал внимание на то, что каждый час практических занятий, проведенных под руководством преподавателя, вселяет ”уверенность в прочности преподаваемых знаний... ибо без умения дифференцировать и интегрировать невозможно воспринять те общие идеи высшего порядка, которые излагает на своих лекциях профессор”. Студент–математик ”учится вычислять и производить другие математические операции так, как студент–химик учится производить анализы или биолог оперировать с микроскопом”⁴⁾.

Участвовал Д.Д.Мордухай–Болтовской и в проведении лекций для широкой публики в рамках математико–технического цикла Публичных лекций, организованных обществом естествоиспытателей при Варшавском университете. Так, в течение 1902 г. он прочитал здесь небольшие курсы по теории вероятностей (весной) и уравнениям высших степеней (осенью)⁵⁾.

Чрезвычайно серьезно относился Д.Д.Мордухай–Болтовской к своим научным занятиям. Для начала нужно было сдать магистерские экзамены. При подготовке к ним ему были предложены, по воспоминаниям самого Дмитрия Дмитриевича, ”не тысячи, десятки тысяч страниц, то, что и сами профессора, конечно, не могли бы воспроизвести. Я был

просто в отчаянии, пока Вороной не научил выбирать только то, на что сами экзаменаторы могли бы ответить, и это выучить, остальное же просто прочесть”⁶⁾. Магистерские экзамены были сданы при Петербургском университете: 24.11 и 22.12.1900 по математике (оба ответа получили высшую оценку; протоколы испытаний подписали А.Н.Коркин, А.А.Марков, Ю.В.Сохоцкий и И.Л.Пташицкий), а 23.03.1901 — по механике.

С 1902 г. в печати стали появляться научные работы Д.Д.Мордухай–Болтовского, тематика которых определилась, безусловно, под влиянием петербургских ученых и, в частности, И.Л.Пташицкого, обе диссертации и ряд статей которого, опубликованные в русских и польских изданиях, посвящены проблемам конечного интегрирования и приведения к простейшим видам абелевых интегралов. Эти же вопросы стали темой первых научных исследований Д.Д.Мордухай–Болтовского [30–34] и темой его магистерской диссертации [35], защищенной в Петербургском университете 10.12.1906 г. Оппонентами были И.Л.Пташицкий и Д.Ф.Селиванов. По методам исследования указанные работы носили вполне самостоятельный характер и скорее примыкали к работам Гурса и Кенигсбергера, которому принадлежит первая идея алгебраического исследования приводимости абелевых интегралов к низшим трансцендентным. Отдельные примеры такого приведения для конкретных интегралов были уже даны в работах зарубежных и русских математиков. Д.Д.Мордухай–Болтовской существенно пополняет список таких примеров, решает в наиболее общем виде проблему приведения ультраэллиптических интегралов I и II классов к ультраэллиптическим же интегралам I класса, а также к эллиптическим. Наряду с алгебраическими методами исследования условий приведения Абелевых интегралов, Дмитрий Дмитриевич использует еще и трансцендентный метод, который основан на свойствах трансцендентных функций обращения, и в основу которого были положены результаты Пикара–Пуанкаре, обобщенные Мордухай–Болтовским на некоторые вполне конкретные случаи.

Коллега Д.Д.Мордухай–Болтовского по Политехническому институту И.Р.Брайцев, оценивая позже его магистерскую диссертацию, отметил ее ”значение в том отношении, что в ней при особой переработке автора представлены все существующие, разбросанные по разным источникам исследования математиков по вопросу о приведении Абелевых интегралов. Но, помимо этого, автор приложил много труда для упрощения доказательств теорем других математиков, разъяснения неясностей, встречающихся в их исследованиях, и вывода интересных следствий существующих теорем” (архив РГУ). В этом смысле особый интерес пред-

ставляет статья [34], в которой Дмитрий Дмитриевич, обобщая методы Ж.А.Альфана, А.А.Маркова, И.П.Долбни, находит необходимые и достаточные признаки выражения в конечном виде некоторых ультраэллиптических интегралов.

Стоит подчеркнуть, что проблемы приведения разных типов абелевых интегралов привлекали внимание Мордухай–Болтовского и позже ([39], [41]); об этом же свидетельствуют неопубликованные статьи из архива РАН и темы кандидатских диссертаций его учеников (Н.Я.Авдеева, З.Т.Горской).

УЧЕБНО–ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ В 1907–1917 гг.

В 1904–1905 гг. русские высшие учебные заведения Варшавы ”прекратили свое действие” из-за ”осложнений в политической жизни Привисленского края”. Университет не функционировал до 1908 г. Что касается Политехнического института, то после длительных обсуждений в Министерстве Торговли и Промышленности, в ведомстве которого он находился, было решено использовать бездействующие средства и штат для организации нового института. Выбор пал на Новочеркасск. Сюда в 1907 г. для налаживания учебной работы вместе с Г.Ф.Вороным и Н.Н.Зининым, рекомендованным на пост директора, был откомандирован и Д.Д.Мордухай–Болтовской. В течение 2-х лет, начиная с 17.09.1907 г., он читал в институте лекции и вел практические занятия по математическому анализу и аналитической геометрии, о чем, в частности, свидетельствуют изданные литографским способом (в Новочеркасске и Ростове–на–Дону) ”Практические упражнения по аналитической геометрии” [8] и несколько вариантов лекционных курсов по дифференциальному и интегральному исчислениям [12-16].

Узнав о возобновлении занятий в Варшавском университете, Д.Д.Мордухай–Болтовской подает прошение о приеме его на кафедру чистой математики в качестве экстра–ординарного профессора. Лестные отзывы о научной работе были представлены профессорами И.Р.Брайцевым (отзыв сохранился), И.Л.Пташицким и академиком А.А.Марковым. Соответствующее представление Совета физико–математического факультета направлено Попечителю Варшавского учебного округа 18 апреля 1909 г., а с 1 июня Д.Д.Мордухай–Болтовской приступил к работе (Высочайший приказ по гражданскому ведомству последовал 25 августа того же года).

Через 5 лет ректор Варшавского университета подписал ходатайство о ”возведении Д.Д.Мордухай–Болтовского в звание и.о. ординарного профессора по занимаемой им кафедре”, ибо ”он имеет существенные заслу-

ги как способный, широкообразованный и усердный преподаватель и как энергичный ученый исследователь и писатель”. В документе приводится достаточно полный список его трудов по математическим проблемам и по вопросам философии и педагогики. Особое внимание обращено на преподавательскую деятельность, которая ведется ”с большим усердием и пользою для дела”. ”В университете им организован математический семинар и устроен математический кабинет, постоянно пополняемый и заключающий не только предметы, присланные со стороны, но и модели, выполненные самими студентами. Кроме того, Мордухай-Болтовской заведывает семинарской библиотекой и состоит руководителем математической секции студенческого педагогического кружка, принимая также живое участие в деятельности кружка преподавателей математики, в котором он избран почетным членом”⁷⁾. Следует добавить, что Мордухай-Болтовской участвует в работе русской подкомиссии международной комиссии по преподаванию математики (1909 г.), в XII съезде естествоиспытателей (декабрь 1909 — январь 1910 гг.) в Москве, в работе 1-го и 2-го Всероссийских съездов преподавателей математики (1912, 1914 гг.), публикует обстоятельные отчеты об этих съездах, попутно высказывая свои оценки обсуждаемым вопросам и свои педагогические воззрения. Одновременно с занятиями в университете все эти годы он читает лекции в Варшавском политехническом институте и на Высших женских курсах, по заданию Попечителя учебного округа участвует в работе экзаменационных комиссий в гимназиях.

Министр народного просвещения в своем докладе о назначении Мордухай-Болтовского отметил, что по существующему закону последний ”как не имеющий степени доктора, не может быть назначен ординарным профессором университета. Принимая, однако, во внимание его преподавательские способности и научную деятельность в качестве экстраординарного профессора, я полагал бы возможным удовлетворить изложенное ходатайство”⁸⁾. Высочайшее распоряжение последовало в Царском Селе 13.09.1914 г.

Уже шла война с Германией. В связи с приближением немцев к Варшаве в начале 1915 г. университет был в спешном порядке эвакуирован в Москву, а оттуда — в Ростов-на-Дону, предоставивший наиболее приемлемые условия для размещения первого в этом городе высшего учебного заведения. 27 ноября состоялось торжественное открытие университета на новом месте, а 1 декабря на всех 4-х факультетах начались занятия. Сразу необходимо отметить, что университет до февраля 1917 г. именовался императорским, а с мая 1917 г. прекратил свое существование как

Варшавский.

Все математики во главе с Д.Д.Мордухай-Болтовским переехали в Ростов и продолжили свою педагогическую работу, правда, с другим контингентом студентов и в чрезвычайно тяжелых условиях.

Сохранились документы, которые свидетельствуют, что Д.Д.Мордухай-Болтовской был постоянно озабочен совершенствованием учебного процесса. Так, он неоднократно поднимал вопрос о расширении практических занятий и о введении для этого в штат должности специального ассистента. Его тревожила постановка преподавания геометрического цикла дисциплин, включающего, в основном, аналитическую геометрию, а дифференциальную и начертательную — лишь в небольших количествах ("в рамках программы реальных училищ"), причем опять же без практических занятий. Мордухай-Болтовской считал недопустимым, что перед глазами студента "не проходит богатый, разнообразный и поучительный материал для изучения математической логики, который дает проективная геометрия и он (студент) совсем мало и слабо соприкасается с мышлением в пространстве", проявляя при этом "окончательную немощность". В качестве выхода из положения Мордухай-Болтовской предложил сократить на 1 час аналитическую геометрию и "использовать этот час последовательно для проективной геометрии, на аксиоматику, на элементарную геометрию в течение трех лет"⁹⁾. При этом, не дожидаясь официальных решений, Мордухай-Болтовской поддерживает интерес к геометрии активным включением докладов соответствующей тематики в программу математического семинария (речь об этом пойдет далее).

Твердо уверен Д.Д.Мордухай-Болтовской также и в том, что "университет должен задаваться целью не только сообщения определенной суммы знаний, относящихся к факультетскому циклу наук, но и давать пищу для научной работы молодых ученых, гармонично соединяя педагогические цели с научными"¹⁰⁾. Для решения этой задачи предлагается несколько путей. Один из них (в рамках учебного процесса) — цикл специальных курсов, которые должны служить источником для кандидатских (дипломных) работ и других научных исследований. В те годы этот цикл включал теорию эллиптических функций (читал Д.Д.Мордухай-Болтовской), вариационное исчисление, математическую физику и дифференциальные уравнения в частных производных (В.И.Романовский), специальный курс высшей алгебры (В.П.Вельмин). Стоит заметить, что Д.Д.Мордухай-Болтовской отстаивал (при поддержке коллег) необходимость введения и других дисциплин, в частности, теории функций ком-

плексного переменного.

Второй путь, по которому пошел сам Дмитрий Дмитриевич, — организация и проведение так называемого математического семинария, который, по образному выражению одного из его участников (Н.М.Несторовича), "был той мастерской, где формировались и оттачивались, с одной стороны, лучшие кадры будущих деятелей средней школы, а с другой стороны — новые научные работники"¹¹). Сейчас, конечно, почти нереально проследить судьбу большинства из докладчиков-студентов. Однако некоторые из них впоследствии внесли столь существенный вклад в науку, что следует о них вспомнить. Это член-корреспондент Академии Наук М.Ф.Субботин, профессора Н.М.Несторович (Ростов-на-Дону), Б.М.Щиголев, М.Я.Выгодский (Москва), М.М.Пистрак (известный деятель просвещения 20-х — 30-х гг.). К сожалению, ничего не удалось узнать о С.А.Хвьялковском, в те годы профессорском стипендиате, а затем ассистенте университета. В 1920 г. он получил отпуск для поездки в Польшу и в Ростове больше не появился.

За период с 1911 по апрель 1917 гг. (последний месяц функционирования университета как Варшавского) состоялось 80 заседаний, на которых было сделано более 100 докладов. В повестку дня систематически включались информации о тех моделях из геометрического кабинета, который создавался в Варшавском университете трудами и заботами Д.Д.Мордухай-Болтовского и его помощников-студентов. К великому сожалению, эта уникальная коллекция пропала в связи со срочной эвакуацией университета в 1915 г. Стоит отметить, что в Ростове Дмитрий Дмитриевич предпринял усилия для организации нового геометрического кабинета, который, однако, в 1941–1942 гг. постигла та же судьба.

В списке докладчиков помимо студентов и профессорских стипендиатов можно видеть профессоров В.П.Вельмина и В.И.Романовского. Однако наибольшее число докладов было сделано самим Д.Д.Мордухай-Болтовским, особенно в трудные годы (1915–1916), когда слушателей было много, а желающих выступить — мало, когда не было в достаточном количестве научной литературы (семинарскую библиотеку не удалось вывезти из Варшавы). Руководство семинаром со стороны Дмитрия Дмитриевича имело большое значение и для него самого (т.к. предлагаемые темы входили в круг его научных интересов), и для студентов (которые получали от него необходимые разъяснения и исчерпывающие библиографические указания, включающие и иностранную литературу). К тому же для студентов доклады на заседаниях были начальной школой публичного изложения своих мыслей. А в ежегодных Трудах математического

семинария, которые литографским способом издавались в течение трех лет¹²⁾, помещались первые опыты литературного изложения результатов исследования студентов, что требовало от них "серьезного вдумчивого отношения к излагаемой теме".

Трудности даже с такими изданиями, как литографские, начались уже в 1914 г. по понятным причинам военного времени и коснулись не только их. В начале февраля 1915 г. редактор "Университетских Известий" представил Совету проект сокращения расходов на издания; в этом документе предлагалось, в частности, ограничить объем публикаций студенческих работ. В целом Совет утвердил предложение редактора, однако Д.Д.Мордухай-Болтовской подал свое отдельное мнение по этому поводу. Особое внимание он уделил именно студенческим исследованиям по математике, ибо работы учеников "истинному профессору всегда дороже тех работ, которые принадлежат ему исключительно". "Студент собирает своим трудолюбивым напряженным вниманием и только еще пробуждающейся в своей оригинальности творческой мыслью богатый материал". И Д.Д.Мордухай-Болтовской утверждает (и пытается убедить своих оппонентов), что "всякая краткость в изложении будет признана за недоказанность; здесь более всего приходится заботиться о методической стороне дела, облегчая подробными разъяснениями труд читателей"¹³⁾.

НАУЧНАЯ РАБОТА Д.Д.МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО В 1907–1916 ГГ.

Работы по приведению абелевых интегралов совершенно естественно привлекли внимание Д.Д.Мордухай-Болтовского к проблемам интегрирования в конечном виде дифференциальных уравнений. Сам он наиболее ценными в этой области считал две статьи под единым названием [38], где задавался целью (и достиг ее) обобщить результаты Фукса (1884) о форме выражения общего интеграла $\varphi(x, y) = 0$ неприводимого дифференциального уравнения 1-го порядка $f(x, y, y') = 0$, если оно интегрируется в конечном виде. А одна из первых работ в этом направлении была посвящена арифметическим свойствам регулярных интегралов линейных дифференциальных уравнений [36]. Необходимый признак для случая, когда соответствующий ряд выражает функцию алгебраическую, указал Эйзенштейн. Пинхерле распространил его исследования на случай регулярных интегралов линейных дифференциальных уравнений. Д.Д.Мордухай-Болтовской дал интересные добавления к результатам итальянского математика, заменив уравнение фуксового типа уравнением общего вида, имеющим хотя бы один регулярный интеграл. К этой же теме он вернулся в 1910 г. [42] в связи с исследованиями Гурви-

ца, используя результаты своей монографии [43]. На нее же он ссылается в статье, посвященной линейным дифференциальным уравнениям второго порядка [44], где, в частности, рассматривается уравнение, названное им "уравнением Ермакова".

Детальный разбор капитального труда "Об интегрировании в конечном виде линейных дифференциальных уравнений" [43] не входит, да и не может входить в задачу предлагаемого очерка. А для краткого знакомства достаточно обратиться к "Введению", включающему ретроспективный обзор работ зарубежных и русских ученых, исследования и методы которых так или иначе были использованы в монографии, и обширную библиографию из 33 названий. Мордухай-Болтовской признает, что его труд "является прямым продолжением работ Лиувилля", который показал принципиальную невозможность интегрирования в квадратурах некоторых дифференциальных уравнений. Сам он при этом следует направлению, в котором сначала ищется возможная форма интеграла дифференциального уравнения в случае его выражаемости в конечном виде, затем изучаются условия существования интеграла данной формы, и, наконец, отыскиваются методы его нахождения ("если таковой интеграл существует"). Из главных результатов (стр. XXV-XXXI) сам ученый позже выделит доказательство того, что "всегда можно конечным числом операций определить, интегрируется ли данное линейное дифференциальное уравнение с рациональными коэффициентами в конечном виде" (Автобиография, архив РГУ).

Судьба этой монографии довольно печальна. Д.Д.Мордухай-Болтовской представил ее в качестве докторской диссертации, но, как можно судить по некоторым косвенным данным, получил отзыв, не допускающий ее к защите. По существующему положению (скорее этическому, чем обязательному) требовалось опубликование отзыва, что и было сделано профессором Харьковского университета Ц.К.Русьяном, но лишь в 1913 г. Д.Д.Мордухай-Болтовской опубликовал свой подробный ответ только через год [50]. В свою очередь рецензент прокомментировал его в 1915 г.¹⁴⁾ Все это время шли, по-видимому, и закулисные обмены мнениями. Письма К.А.Поссе¹⁵⁾ (1910) и А.А.Маркова¹⁶⁾ (1913) к В.А.Стеклову по поводу диссертации, содержащие не совсем корректные высказывания, скорее всего, не были известны автору диссертации, но внешнее "невмешательство" К.А.Поссе Дмитрия Дмитриевича обидело.

Вполне возможно, Д.Д.Мордухай-Болтовскому удалось бы убедить своих оппонентов в ценности и результативности своих исследований, но дело затянулось, и обстоятельства (эвакуация университета, гра-

жданская война на Дону, новые, достаточно трудные условия жизни и творчества) надолго отодвинули эту проблему (диплом доктора физико-математических наук он получит лишь в 1935 г., без защиты). К сожалению, приходится заметить, что нет возможности выяснить, кто прав, кто виноват в этом споре, уже потому, хотя бы, что это потребовало бы серьезного анализа и самого сочинения, и последовавших отзывов (найти их сейчас даже не представляется возможным). Однако необходимо подчеркнуть, что сам Дмитрий Дмитриевич был твердо уверен в действенности своих методов и в правильности результатов. Подтверждение этому он находил уже в 20-е годы и в возрастающем внимании со стороны ленинградских математиков, и в положительных откликах (к сожалению, устных) в Московском математическом обществе. Ссылался он также на работы американского ученого Ритта и его учеников (эти статьи также пока не найдены). Через 40 лет, в 1952 г. (год смерти Дмитрия Дмитриевича) его предложение искать решение линейных дифференциальных уравнений с многочисленными коэффициентами в форме произведения рациональной функции на показательную и на некоторую степень аргумента получило развитие в докторской диссертации и других трудах киевского математика К.Я.Латышевой.

С точки зрения взгляда на будущее проблемы интегрирования в конечном виде обращает на себя внимание "Дополнение", помещенное в конце "Введения". С горечью отмечая, что и в России, и за рубежом интерес к этой теме значительно понизился, Д.Д.Мордухай-Болтовской высказывает надежду, что "проблема интегрирования в конечном виде не должна быть окончательно обойдена, как проблема, нам завещанная П.Л.Чебышевым... и что в этой еще мало исследованной области молодые математики могут найти больше всего тем для самостоятельной работы". В надежде на это он приводит еще один библиографический список из 30 наименований. В дальнейшем соответствующие темы исследований Д.Д.Мордухай-Болтовской будет регулярно предлагать своим ученикам.

Весьма продуктивно работал Д.Д.Мордухай-Болтовской в эти же годы и в области геометрии. Интересы его сосредоточились на отдельных проблемах дифференциальной и проективной геометрий, теории алгебраических кривых, теории геометрических построений. В первой же статье [50] вводилось понятие кривизны высшего порядка, причем так, что обычная кривизна плоской кривой выглядела только как частный случай. На примере соприкасающихся кривых второго порядка, общий тип которых был рассмотрен Эннепером в 1874 г., Д.Д.Мордухай-Болтовской показал, что параметрами, определяющими кривизну соответственно 2-го по-

рядка, могут быть только инварианты, т.е. величины, не зависящие от выбора координат (для круга это радиус). Далее он обобщил понятие об оси отклонения Трансона и установил, что кривой с постоянной осью отклонения является логарифмическая спираль.

В 1909–1911 гг. появляется ряд работ Дмитрия Дмитриевича, в которых было положено начало обширному циклу исследований по теории геометрических построений на плоскости Евклида, на сфере, а позже и в пространстве Лобачевского. В одной из них [55] было показано, что все конструктивные задачи второй степени на плоскости Евклида разрешимы с помощью только диска, вычерчивающего окружности, и линейки. В другой [51] даются признаки разрешимости задач при помощи алгебраической кривой некоторого определенного порядка, из которых вытекает хорошо известный факт, что корни уравнений 3-й и 4-й степеней могут быть построены при помощи конических сечений. Здесь также исследовалась задача о делении произвольного угла на пять равных частей и была показана ее неразрешимость (в общем случае) при помощи конических сечений.

Статья "О спрямляемой сумме дуг алгебраической кривой" [52] положила начало серии работ в этой области. Опубликованы они были уже в 20-е годы, а толчком к соответствующим исследованиям стали занятия теорией алгебраических функций и абелевых интегралов. Д.Д.Мордухай–Болтовской установил условия, при которых сумма дуг алгебраических кривых выражается через элементарные функции параметров, определяющих эти дуги.

В 1910 г. Д.Д.Мордухай–Болтовской, обобщая теорему Ньютона, доказал, что если пересечь алгебраическую кривую k -го порядка кривыми m -го порядка, принадлежащими пучку с m бесконечно удаленными центрами, то геометрическим местом середин арифметических центров точек пересечения будет прямая l . Здесь следует отметить, что в 1926 г. он докажет несколько новых теорем относительно прямой l для частного случая $k = 3$ и $m = 2$, а еще через 10 лет А.И.Мандзюк (Киев) рассмотрит все эти теоремы с еще более общей точки зрения.

В последующие годы геометрические работы Д.Д.Мордухай–Болтовского принесли ему широкую известности, стали залогом успехов и его учеников.

С одной небольшой, но ценной по результату работой Д.Д.Мордухай–Болтовского произошли одновременно и грустная, и курьезная истории. Дело в том, что Д.Гильберт в 1900 г. в своем знаменитом докладе на II Всемирном конгрессе математиков сформулировал теорему о гипер-

трансцендентности дзета-функции Римана. Свое доказательство этого утверждения Д.Д.Мордухай-Болтовской поместил в 1914 г. в Известиях Варшавского Политехнического института [48]. Позже в историко-математических обзорах (сначала в ростовских, а затем и в более капитальных изданиях) ему стали приписывать заслугу решения одной из проблем Гильберта ("на выбор" — 7-й, 19-й, 22-й). Курьез заключался в том, что рассматриваемая задача не имела номера, а была сформулирована Гильбертом в преамбуле к группе проблем (перед 19-й)¹⁷). Неприятность же для Дмитрия Дмитриевича состояла в том, что почти весь тираж соответствующего номера "Известий" погиб из-за военных действий, и потому его результат не стал достоянием широкой математической общественности. Как следствие — появление статьи А.Н.Островского, в которой было дано другое доказательство этой же теоремы. Сам Д.Д.Мордухай-Болтовской возвратился к проблеме в 1932 г., распространив свой ранний метод на функции более общего типа (опубликовано на немецком языке в журнале Японского университета в Тохоку).

Широкую известность приобрели работы Д.Д.Мордухай-Болтовского по теории трансцендентных чисел и функций. В XIX веке в связи с первым доказательством существования трансцендентных чисел Ж.Лиувиллем (1844) — в чем был убежден еще Л.Эйлер — сильно возрос интерес к трансцендентным числам во Франции и в Германии. Ш.Эрмит доказал трансцендентность числа e (1873), а Ф.Линдеман — числа π (1882). В России этой темой интересовались А.А.Марков и К.А.Поссе. Их ученик Д.Д.Мордухай-Болтовской, занимаясь проблемами интегрирования в конечном виде и изучавший для этого, в частности, труды Лиувилля, не мог не познакомиться и с его работами по теории чисел. В 1913 г. он представил обществу естествоиспытателей доклад, в котором привел ряд результатов, продолживших исследования французского математика. Однако соответствующую статью [47] постигла все та же судьба военного времени: немедленного отклика она не нашла. Да и сам автор смог вернуться к этой тематике лишь в 20-е годы. Его публикации во Франции и в России содержат весьма важные результаты, заслужившие высокие оценки академиков Ж.Адамара (Париж) и А.О.Гельфонда (который, кстати, и решил окончательно 7-ю проблему Гильберта, показав трансцендентность всего рассматриваемого класса чисел вида α^β при алгебраическом $\alpha \neq 0, 1$ и алгебраическом трансцендентном β).

Широкая образованность Д.Д.Мордухай-Болтовского, хорошее знание всеобщей истории народов, владение несколькими языками (немецким, французским, греческим, латинским), упорный кропотливый труд

по изысканию и изучению первоисточников способствовали успеху его историко-математических работ. Сейчас трудно сказать, что послужило толчком для обращения его к истории математики. Безусловно, немалую роль сыграло то обстоятельство, что каждое свое исследование он начинал с изучения работ русских и зарубежных ученых, о чем свидетельствуют библиографические ссылки ко всем трудам, а в отдельных случаях — и исторические, и литературные обзоры по соответствующим темам.

В 1909–1916 гг. Дмитрий Дмитриевич публикует очерки научной деятельности таких известных математиков как В.А.Анисимов (1909), И.П.Долбня (1912), А.Пуанкаре (1913), Н.Я.Сонин (1916). Историко-математическая тематика в эти же годы появляется и в заседаниях научного семинария, где, например, в 1914–1915 гг. Д.Д.Мордухай-Болтовской ”задался целью познакомить студентов с развитием основных идей анализа. Сперва разбиралась история понятий предела и функции (в частности, непрерывной), начиная с Лейбницевской метафизической идеи предела,... разбиралась теория флюксий Ньютона и сравнивалась с современным исчислением бесконечно малых”.¹⁸⁾ Далее рассматривалась история аналитической геометрии, разбиралась 2-я книга ”Начал” Евклида (геометрическая алгебра) с демонстрацией соответствующих моделей из картона, описание которых он дал в 1916 г. в [63]. В том же году появляется статья, посвященная 5-й книге ”Начал” [62]. Именно здесь были сделаны первые шаги к осуществлению огромного труда по переводу этого знаменитого и во многом основополагающего сочинения. Опубликование этого перевода вместе с комментариями самого Д.Д.Мордухай-Болтовского состоялось в 1948 г. Кстати, одним из редакторов был М.Я.Выгодский, известный специалист по истории математики, начинавший свое образование в Варшавском университете и участвовавший в работе уже не раз упоминавшегося математического семинария. Вполне возможно, что именно заинтересованность студентов привела Дмитрия Дмитриевича к мысли о необходимости лекционного курса по истории математики. Подготовку такого курса он считал одной из целей своей командировки в 1916 г. в Москву для работы в библиотеках. При этом он, как следует из отчета о поездке, ”больше всего был заинтересован усвоением характерных отличий индусской и арабской математики, недостаточно мне ясной из общих сочинений по Истории математики”.

Для достижения этой цели Д.Д.Мордухай-Болтовской знакомится со статьями из *Journal Asiatique*, с переводами арабоязычных сочинений во французских периодических изданиях. Кроме того, он чрезвычайно

заинтересовался математикой средневековья, направив свои мысли "к почти не исследованной области: исторической эволюции философско-математических идей XVI и XVII вв., причем в тесной связи с эволюцией математических и педагогических идей".¹⁹⁾ Среди книг, с которыми ему удалось познакомиться и которые он впоследствии использовал в своих трудах — сочинения Рамуса (1569), несколько "рамических" учебников, "чрезвычайно ярко обрисовывающих рамическое направление" (данные приводились в отчете о командировке). Впервые "по счастливой случайности" Д.Д.Мордухай-Болтовскому удалось увидеть и изучить комментарии Клавия²⁰⁾ к "Началам" Евклида и более раннюю (1567) аналогичную работу французского математика Ж.Пельтье. Теперь он имел "под руками весь знаменитый спор об угле касания", а в связи с этим просмотрел еще ряд сочинений математиков XVI и XVII вв., в том числе работы Кардано и отдельные места из "Prinzipta Arithmetica" Ньютона.

По возвращении из этой чрезвычайно трудоемкой поездки в письме к М.Ф.Субботину от 16.09.1916 Дмитрий Дмитриевич напишет: "Благодаря своему новому курсу я уже безнадежно обратился в историка. Летом работал в библиотеке Московского университета и так нафаршировал себя статьями, что не могу ни о чем думать как только об этой теме и пишу зараз две большие статьи об этом предмете".²¹⁾ Действительно, одна из них появилась уже в 1916 г. [62], а вторая — "Философско-математические идеи XVI века" — только в 1919 г. Средневековью Д.Д.Мордухай-Болтовской уделил особое внимание. Ему хотелось "убедить читателя в неправильности обычного взгляда" на этот период. По его мнению он "представляет утробную жизнь мысли нового времени, на которую историки математики до сих пор обращали также мало внимания, как прежние биологи на онтогенез организма"²²⁾.

Историко-математические работы Д.Д.Мордухай-Болтовского имели одну особенность: обращаясь к временам, когда математика и философия были теснейшим образом связаны между собой, он подчеркивает свое желание стать на позиции современника описываемой эпохи, излагать и защищать взгляды далеких времен "так, как если бы они были мои"²³⁾. Подобный стиль присущ далеко не всем историкам математики. Правда, умея стать на точку зрения нужной эпохи, Д.Д.Мордухай-Болтовской не пытался ее объяснить — а это приходится отнести к серьезным недостаткам.

Дмитрий Дмитриевич активно пропагандировал введение курса истории математики в цикл обязательного материала для изучения в вузах и в средней школе, указывал на необходимость исторических коммен-

тариев к учебникам и сам составил таковые к подготовленному, но, к сожалению, не изданному курсу анализу. Эти "Комментарии", как и ряд других неопубликованных работ Д.Д.Мордухай-Болтовского, в том числе и по истории математики, находятся в Петербургском фонде Архива РАН (фонд 821).

Лучшим подведением итогов научной и педагогической деятельности Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского в варшавский период является приводимый ниже список его публикаций за эти годы (в соответствии с полной библиографией, помещенной в справочнике "Механико-математический факультет Ростовского университета. Ростов-на-Дону, 1972"). В нем выделены учебные пособия, изданные литографским способом, исследования по математическому анализу и примыкающим к нему проблемам, геометрические и историко-математические сочинения, а также работы на темы, не затронутые выше. В список не включены 20 рефератов, опубликованных в *Revue Semestrielle des publications mathematiques*, и 5 отзывов о кандидатских и магистерских диссертациях).

ПУБЛИКАЦИИ Д.Д.МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО (1898–1916 гг.)

Учебные пособия, изданные литографским способом.

1. Задачи по математике. Варшава, 1898–1899.
2. Задачник по дифференциальному и интегральному исчислению. Харьков, 1899-1900. 197 с.
3. Задачи по дифференциальному и интегральному исчислению. Варшава, 1899-1900. 197 с.
4. Задачи по приложениям дифференциального и интегрального исчислений. Варшава, 1899-1900. 384 с.
5. Задачи по интегрированию функций. Варшава, 1900. 149 с.
6. Задачи по дифференциальному и интегральному исчислениям. Издание студ. М.Верника, 1902/1903. Варшава, 1903. 210 с.
7. Курс дифференциального интегрального исчисления. Ростов н/Д, 1908. Листы 1-9.
8. Практические упражнения по аналитической геометрии. Новочеркасск, Изд. студентов Донского политехнического ин-та. 1908.
9. Курс дифференциального и интегрального исчислений. Лекции, чит. в Донском политехн. ин-те в 1908-1909 г. Новочеркасск, изд. студ. Джевульского, 1909. 398 с.
10. Курс дифференциального и интегрального исчислений. Новочеркасск, 1909. Листы 10-14.

11. Курс дифференциального и интегрального исчислений. Ростов н/Д, лит. И.Я.Алексанова. 1909. 224 с. с черт.
12. Аналитическая геометрия. Курс лекций. Варшава, 1909.
13. Арифметика теоретическая. Лекции, чит. на 1 курсе Высших женских курсов при Варшавском ун-те. Варшава, 1909. 50 с.
14. Курс дифференциального и интегрального исчислений. Варшава, 1909.
15. Лекции по интегральному исчислению. Варшава, 1910. 215 с.
16. Лекции по интегральному исчислению, чит. на 3 курсе Варшавского ун-та. Часть 2. Варшава, 1911. 74 с.
17. Лекции по определенным интегралам, чит. на 3 курсе Варшавского ун-та. Варшава, 1911. 67 с.
18. Аналитическая геометрия. Курс лекций. 2-е изд. Варшава, 1912. С.450+407.
19. Лекции по теории эллиптической функций, чит. на 3 курсе Варшавского ун-та в 1911-1912 ак. году. Варшава, 1912. 101 с.
20. Аналитическая геометрия. Курс лекций. 3-е изд. Ростов н/Д, 1915. 671 с.
21. Курс дифференциального и интегрального исчислений. Лекции, читанные в Варшавском политехн. ин-те в 1914-1915 г. Изд. ст. В.Тарасова и В.Вершковского. Варшава, 1915. 365 с.
22. Лекции по дифференциальному и интегральному исчислениям. Изд. 2-е. Варшава, 1915. 365 с.
23. Лекции по аналитической геометрии. Курс, читанный студ. мат. 1-го курса Варшавского ун-та в 1915-1916 ак.году. Ростов н/Д, 1916. 172с.
24. Лекции по интегральному исчислению. Ч.1. Ростов н/Д, 1916.

Математический анализ и теория чисел.

25. Систематический сборник элементарных упражнений по дифференциальному и интегральному исчислениям. Вып. 1. Теория пределов, дифференцирование и интегрирование функций. Варшава, 1904. 426 с. То же — на польском яз.
26. Систематический сборник элементарных упражнений по дифференциальному и интегральному исчислениям. Вып. 1. Теория пределов, дифференцирование и интегрирование функций. Варшава, 1907. 425 с.
27. Систематический сборник элементарных упражнений по дифференциальному и интегральному исчислениям. Вып.1. Теория пределов, дифференцирование и интегрирование функций. ПГ.,Изд.Риккера, 1914. 425с. То же — на польском яз.

28. Систематический сборник элементарных упражнений по дифференциальному и интегральному исчислениям. Т.1. Дифференциальное исчисление. ПГ., Изд. Риккера, 1914. XIV+356 с. с черт.

29. Систематический сборник элементарных упражнений по дифференциальному и интегральному исчислениям. Т.2. Интегральное исчисление. ПГ., Изд. Риккера, 1915. XVI+512 с.

30. Об одном обобщении теоремы Абеля // Сообщения Харьковского математического общества. Серия 2. 1902. Т.7, N 6. С.268-283.

31. Об инвариантных преобразованиях ультраэллиптических интегралов // Сообщения Харьковского математического общества. Серия 2. 1902. Т.8, N 1-3. С.1-67.

32. О некоторых биномиальных интегралах, приводимых к эллиптическим и ультраэллиптическим интегралам. Варшава, 1903. 10 с.

33. О приведении абелевых интегралов к ультраэллиптическим интегралам первого класса // Известия Варшавского политехнического ин-та. 1903. Вып. 1. С.1-87.

34. Об определении в конечном виде абелевых интегралов // Математический сборник, 1905, Т.26. вып. 1. С.51-94.

35. О приведении абелевых интегралов к низшим трансцендентным. Варшава, 1906. ХУ. 407 с.

36. О некоторых арифметических свойствах регулярных интегралов линейных дифференциальных уравнений // Математический сборник, 1907. Т.26, вып.2. С.130-198.

37. Об одном обобщении дифференциального уравнения Эйлера // Известия Варшавского политехнического ин-та. 1907. Вып.2. С.1-15.

38. Общие исследования, относящиеся к интегрированию в конечном виде дифференциальных уравнений первого порядка. Статья 1. // Сообщения Харьковского математического общества. Серия 2. 1907. Т.10, N 1, С.34-64; Статья 2 // Там же, N 5-6, С.231-270.

39. О преобразовании ультраэллиптических интегралов 1-го класса формы $\int \frac{Cy + D}{\sqrt{R(y)}} dy = \int \frac{Ax + B}{\sqrt{R(y)}} dx$ // Сообщения Харьковского математического общества. Серия 2. 1908. Т.10. N 5-6, С.202-216.

40. Об одном приложении исследований Брио и Буке, относящихся к дифференциальным уравнениям первого порядка // Известия Варшавского политехнического ин-та, 1909. С.1-5.

41. Об одном свойстве Абелевых интегралов с приводящейся системой периодов // Известия Варшавского политехнического ин-та, 1909. С.1-7.

42. О некоторых арифметических свойствах решений алгебраических

дифференциальных уравнений // Математический сборник, 1910, Т.27, вып.3. С.360–406.

43. Об интегрировании в конечном виде линейных дифференциальных уравнений. Варшава, 1910. III+XL+344 с.

44. Об интегрировании линейных дифференциальных уравнений второго порядка // Варшавские университет. известия. 1911. N 8, С.1–24; N 9, С.25–47.

45. О некоторых интегральных уравнениях. Варшава, 1911. 10 с.

46. Об интегрировании трансцендентных функций // Варшавские университет. известия, 1913. IY+276 с.

47. К теории трансцендентных чисел // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Варшавском университете, год XXV, 1913. N 1-2. Варшава, 1913. С.49–59.

48. О гипертрансцендентности функций $\zeta(S, x)$ // Известия Варшавского политехнического ин-та. Варшава, 1914. Вып.2. С.1–13.

49. К вопросу об интегрировании в конечном виде линейных дифференциальных уравнений // Варшавские университет. известия, 1914. N 6, С.1–65.

Геометрия.

50. О кривизне плоских кривых. Варшава, 1907. 32 с.

51. О геометрических построениях с помощью алгебраических кривых. Варшава, 1909. 23 с.

52. О спрямляемой сумме дуг алгебраической кривой // Известия Варшавского политехнического ин-та, 1909. Вып.1. С. 1–6.

53. Две теоремы, относящиеся к алгебраическим кривым // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Варшавском ун-те, год XXII. 1909–1910, N 1–2. Варшава, 1910. С. 54–71.

54. О геометрических построениях с помощью линейки при условии, что дана неизменная дуга круга с центром // Вестник опытной физики и элементарной математики, 1910. N 522 (44 семестр, N 6). С.137–146.

55. О геометрических построениях с помощью диска и линейки // Известия Варшавского политехнического института, 1911. N 2. С.1–6.

56. О взаимных метрических теоремах. Варшава, 1911. 22 с.

57. О гиперболоидальном расположении тетраэдров в связи с геометрией многообразий пятого порядка // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Варшавском ун-те, год XXV. 1913. N 1-2. Варшава, 1913. С.100–110.

58. Этюды по планиметрической и стереометрической теории трансверселей в связи с начертательной геометрией четырехмерного и пятимерного пространства // Варшавские университетские известия. 1916, N 3. С.1–40.

История математики.

59. Василий Афанасьевич Анисимов. Некролог // Известия Варшавского политехнического ин-та. 1909. С.1–14 с портр.

60. Очерк научной деятельности И.П.Долбни // Математический сборник, 1912. Т. 28, вып. 4. С.473–491.

61. О научной деятельности А.Пуанкаре // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Варшавском ун-те, год ХХІУ, 1912, N 4. Варшава, 1913. С. 27–80.

62. Из прошлого пятой книги "Начал" Эвклида // Математическое образование. 1916. N 7, С.255–263; N 8, С.277–289.

63. О моделях ко второй книге "Начал" Эвклида // Вестник опытной физики и элементарной математики, 1916. N 655-656. 18 с.

64. Очерк научной деятельности Н.Я.Сонины. Харьков, 1916. 34 с.

Разные публикации.

65. Математические и умозрительно–философские исследования основного психо–физического закона. Варшава, 1907. 52 с.

66. О законе непрерывности // Вопросы философии и математики, 1908. Год 19, кн. 4(94). С.491–534.

67. Психология математического мышления // Вопросы философии и психологии, 1908. Год 19, кн. 4(94). С.491–534.

68. Отчет о командировке депутатом на столетний юбилей института инженеров Путей Сообщения имп. Александра I // Варшавские университет. известия, 1911. N 4. С. 1–3.

69. О первом Всероссийском съезде преподавателей математики. Варшава, 1912. 42 с.

70. Случай и бессознательное // Вопросы философии и психологии, 1912, кн. 1 (III). С.97–117.

71. Четыре лекции по философии математики, прочитанные на курсах для преподавателей средней школы летом 1912 г. Варшава, 1913. IV+78 с.

72. Второй Всероссийский съезд преподавателей математики. Философские, методологические и дидактические очерки по поводу докладов съезда // Варшавские университетские известия, 1915, N 1. С. 1–95.

ПРИМЕЧАНИЯ

1) Государственный Архив Ростовской Области (ГАРО), фонд 46-а, опись 1, N 404, лист 94 об.

2) Петербургский фонд архива Российской Академии Наук (ПФАРАН), ф. 821, оп. 1, N 123, л. 2.

3) Из писем к сыну-студенту Ф.Д.Мордухай-Болтовскому в 1928-1930 гг. Частный архив.

4) ГАРО, ф. 527, оп. 1, N 271, л. 83,84.

5) Подробнее см.: Налбандян М.Б., Налбандян Ю.С. Из истории общества естествоиспытателей при Варшавском (Донском, Северо-Кавказском) университете. Ростов-на-Дону: УПЛ РГУ, 1995.

6) Письмо к сыну от 34.02.1928. Частный архив.

7) Центральный государственный исторический архив России (ЦГИ-АР) в Санкт-Петербурге, ф. 740, оп. 17, N 151, л. 1,2.

8) Там же, л. 17.

9) ГАРО, ф. 527, оп. 1, N 271, л. 333, 334.

10) Там же, N 448, л. 258.

11) Несторович Н.М. О работе математического семинария Варшавского и Донского университета, руководимого проф. Д.Д.Мордухай-Болтовским, за 14 лет его существования. 1911-1924 // Известия Северо-Кавказского государственного университета, 1928. Т. III(XV). Математика и естествознание. Ростов-на-Дону, 1925. С.12-21.

12) Труды математического семинария Варшавского университета за 1911. Варшава, 1912. 96 с; То же за 1912 г., Варшава, 1914, 134 с.; То же за 1913 г., Варшава, 1915, 92 с.

13) ГАРО, ф. 527, оп. 1, N 1, л. 55-60.

14). Русьян Ц.К. Отзыв о диссертации Д.Д.Мордухай-Болтовского "Об интегрировании в конечном виде линейных дифференциальных уравнений" // Записки Харьковского ун-та, 1913, кн. 3, ч. офиц. С.51-57.

Он же - Об ответе Д.Д.Мордухай-Болтовского на мою рецензию о его докторской диссертации // Записки Харьковского ун-та, 1915. Кн. 1, приложение. С.1-12.

15) Письма от 06.06.1910 и 26.07.1910 адресованы В.А.Стеклову в Баден-Баден; ПФА РАН, ф. 162, оп. 2, N 354, л. 37 об., 41.

16) В.А.Стежков. Переписка с отечественными математиками. Воспоминания. "Научное наследие", Т.17. Л.: Наука, 1991. С.220, 222. Письма А.А.Маркова от 01.10.1913 и 11.10.1913. В примечании к ним комментатор ошибочно относит мнение А.А.Маркова к магистерской диссертации

Мордухай–Болтовского (с.328).

17) Проблемы Гильберта. Под общей ред. П.С.Александрова. - М.: Наука, 1969. С.51–52.

18) ЦГИАР (Санкт–Петербург), ф. 733, оп. 205, N 3970, л. 23–24.

19) ГАРО, ф. 527, оп. 1, N 124, л. 2–3.

20) Настоящая фамилия Шлюссель. Год издания не указан; это мог быть либо 1574, либо 1615.

21) ПФА РАН, ф. 967, оп. 3, N 116, л. 6 (Письма Д.Д.Мордухай–Болтовского, адресованные М.Ф.Субботину).

22) Там же, ф. 821, N 28 (рукоп. Д.Д.Мордухай–Болтовского "Реализм и номинализм в схоластике и математике", без даты).

23) Там же, неопубликованное "Введение в сборнику работ по истории математики".