

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РОСТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ю.С.НАЛБАНДЯН, Л.И.СПИНКО

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО
МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ
ЭКОНОМИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА РГУ.

Часть III

Ростов-на-Дону, 2000

Набрано в системе AMS-TEX

Данные методические указания предназначены для студентов заочного отделения экономического факультета РГУ и включают контрольные задания по темам, изучаемым в курсе математического анализа в II семестре. В пособии приводятся список рекомендуемой литературы.

Методические указания печатаются в соответствии с решением кафедры математического анализа Ростовского государственного университета, протокол N 1 от 7 сентября 1999 года.

©Ю.С.Налбандян, Л.И.Спинко

Введение

Данные методические указания содержат задания для контрольной работы по курсу математического анализа, выполняемой студентами заочного отделения во втором семестре. Подробную программу курса, список рекомендованной литературы и задачи для закрепления материала можно найти в пособии [1], необходимый теоретический материал — в [2]–[4], а рекомендации к решению задач — в [7]. Общие принципы выполнения и оформления контрольной работы приведены в методических указаниях [6].

Задания для контрольных работ

I. Вычислить:

- | | |
|---|---|
| 1) a) $\int_0^{\pi/2} x \cos x \, dx,$ | b) $\int_0^3 x \sqrt{9 - x^2} \, dx;$ |
| 2) a) $\int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x \, dx,$ | b) $\int_{\pi/3}^{\pi/4} \sin x \cos^2 x \, dx;$ |
| 3) a) $\int_{-\pi}^{\pi} x \sin 2x \, dx,$ | b) $\int_1^{e^3} \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} \, dx;$ |
| 4) a) $\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} \, dx,$ | b) $\int_0^6 x \sqrt{36 + x^2} \, dx;$ |
| 5) a) $\int_{-1/3}^{-2/3} x e^{-3x} \, dx,$ | b) $\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}};$ |
| 6) a) $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x \, dx,$ | b) $\int_0^1 \frac{x \, dx}{\sqrt{x^4 + 3}};$ |

$$7) \quad a) \int_1^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg}(1/x) dx,$$

$$b) \int_{\pi/6}^{\pi/3} \cos^5 x \sin 2x dx;$$

$$8) \quad a) \int_1^2 \ln(3x+2) dx,$$

$$b) \int_1^2 \frac{e^{1/x} dx}{x^2};$$

$$9) \quad a) \int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx,$$

$$b) \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{5-x^2}};$$

$$10) \quad a) \int_0^{\pi/2} (x+3) \sin x dx,$$

$$b) \int_3^4 \frac{x dx}{\sqrt{25-x^4}};$$

$$11) \quad a) \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx,$$

$$b) \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx;$$

$$12) \quad a) \int_0^{\pi/8} x \sin(4x) dx,$$

$$b) \int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})};$$

$$13) \quad a) \int_1^2 x \ln 2x dx,$$

$$b) \int_1^3 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+3}};$$

$$14) \quad a) \int_{3/2}^2 \operatorname{arctg} 2x dx,$$

$$b) \int_{\pi/6}^{\pi/4} \sin^4 \sin 2x dx;$$

$$15) \quad a) \int_0^2 (2-x)e^{2x} dx,$$

$$b) \int_1^2 \frac{\ln^2(x+1)}{(x+1)} dx;$$

$$16) \quad a) \int_0^5 \frac{dx}{1+\sqrt{3x+1}},$$

$$b) \int_0^{\pi} x \cos(x/2) dx;$$

- 17) a) $\int_3^8 \frac{x^3 dx}{\sqrt{2-x^4}}$, b) $\int_0^{\pi/4} x \cos 2x dx$;
- 18) a) $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$, b) $\int_0^1 \arccos x dx$;
- 19) a) $\int_1^{e^2} \frac{\sqrt[5]{1 - \ln x} dx}{x}$, b) $\int_1^2 \operatorname{arcctg} 2x dx$;
- 20) a) $\int_{e^2}^{e^3} \frac{\ln x dx}{x(1 - \ln^2 x)}$, b) $\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arcctg} x dx$;
- 21) a) $\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt{1-x}}$, b) $\int_0^3 x e^{-x/3} dx$;
- 22) a) $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$, b) $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$;
- 23) a) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$, b) $\int_{-1}^2 \ln(2x+3) dx$;
- 24) a) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1}$, b) $\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \arcsin x dx$;
- 25) a) $\int_0^1 \frac{e^{2x} + 2e^x}{e^{2x} + 1} dx$, b) $\int_0^{\pi/3} (1-x) \sin x dx$;
- 26) a) $\int_0^{1/2} \frac{8x - \operatorname{arctg}(2x)}{1+4x^2} dx$, b) $\int_4^9 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$;

$$\begin{array}{ll}
27) & \text{a) } \int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4 + 1}}, \quad \text{b) } \int_0^1 \ln(3 - x) dx; \\
28) & \text{a) } \int_3^{29} \frac{dx}{3 + \sqrt[3]{(x - 2)^2}}, \quad \text{b) } \int_0^1 x e^{3x} dx; \\
29) & \text{a) } \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{x^4 - x^2 - 1}}, \quad \text{b) } \int_{\pi/2}^{3\pi/4} x \sin x dx; \\
30) & \text{a) } \int_{-1}^0 \frac{\operatorname{tg}(x + 1) + 1}{\cos^2(x + 1)} dx, \quad \text{b) } \int_{-1}^1 x e^{-x/2} dx;
\end{array}$$

II. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовой системе координат:

- 1) a) $y = (x - 2)^2$, $y = 4x - 8$; b) $3xy = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 1$;
- 2) a) $y = 4 - x^2$, $y = x^2 - 2x$; b) $y = x$, $y = 1/x$, $3y + 3x = 10$ ($x \geq 1$);
- 3) a) $y = x^2 - 4x + 3$, $y + 2x - 3 = 0$; b) $4xy = 1$, $y = 4x$, $y = x/4$ ($y \geq 0$);
- 4) a) $y = x^2$, $y = 6 - x$; b) $xy = 4$, $y = 4x$, $y = x$ ($y \geq 0$);
- 5) a) $xy = 6$, $x + y - 7 = 0$; b) $y = x^2$, $y + x = 20$, $x - y = 20$, $x = 0$;
- 6) a) $y = x^2 - 2x - 4$, $y = -x^2$; b) $y = \sqrt{x}$, $y = -x$, $y = x - 2$;
- 7) a) $y = 2x - x^2$, $y = x$; b) $xy = 3$, $y = 9$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$;
- 8) a) $y = x^2$, $y = 4 - 3x$; b) $y = x/2$, $2xy = 1$, $x = 4$, $y = 0$;
- 9) a) $y = 6x - x^2 - 7$, $y = x - 3$; b) $x = 4$, $y = 0$, $y = \sqrt{x}/2$, $2xy = 1$;
- 10) a) $y = x^2$, $x + y = 2$; b) $3xy = 1$, $y = 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$;
- 11) a) $xy = 4$, $y = 2$, $x = 8$; b) $y = x^2$, $x + y = 2$, $x - y = 2$, $x = 0$;
- 12) a) $y^2 = 2x + 1$, $x - y = 1$, $x = 0$ ($x \geq 0$); b) $y = 1/x$, $y = x$, $y = 4$, $x = 0$;
- 13) a) $y = x^2 + 1$, $x - y + 3 = 0$; b) $y = 4x$, $y = 1/x$, $y = 0$, $x = 2$;
- 14) a) $y = x^2$, $y = 8 - x$; b) $xy = 4$, $x + y = 5$, $y = 3$ ($y \leq 3$);

- 15) a) $y^2 = 2x + 1, 3y - 2x = 1$; b) $y = x, y = x + 3, y = 1 - 2x, x = 1$;
 16) a) $y = 4 - x^2, u = -4 + x^2/3$; b) $y = x^2, xy = 8, y = 16$;
 17) a) $y = 5 - x^2, y = -4x$; b) $y = x^2, xy = 8, y = 0, x = 4$;
 18) a) $y = x^2/2, y = x^3/6$; b) $y = \sqrt{x}, y + x = 2, y = 0$;
 19) a) $y = 3 - x^2, y = -2x$; b) $y + x = 4, y = 2x, y = 2$;
 20) a) $y = (x - 2)^2/4, 2y + x = 14$; b) $4xy = 1, y = 4x, y = x/4 (y \leq 0)$;
 21) a) $y = x^2 + 1, y + x = 3$; b) $y = x^2, xy = 8, x = 0, y = 16$;
 22) a) $y = x, y = x^3/4$; b) $y = x^2, xy = 8, y = 8$;
 23) a) $yx = 2, x + 2y - 5 = 0$; b) $y = 4 - x^2, y = 3x, y = 0 (y \geq 0)$;
 24) a) $y = 5/x, y = 6 - x$; b) $y = (1 + x)^2, y = 5 - x, y = 0$;
 25) a) $y = x^2, x + y = 12$; b) $y = x^3, y = 1/x, y = 8$;
 26) a) $y = 2x^2 + 1, y = x + 2$; b) $xy = 4, y = 4x, y = x (y \leq 0)$;
 27) a) $y = 12 - x^2, y = 2x^2$; b) $y = x, y = q/x, y = 0, x = 5$;
 28) a) $y = x^2, y = x^3/3$; b) $y = x, y = 1/x, x = 0, y = 5$;
 29) a) $xy = 1, x + y = 5/2$; b) $y = x^2, y + x = 10, y = 0$;
 30) a) $2y = 3x^2, 2y + 2x - 1 = 0$; b) $y = -x^3, y = x, y = 1$;

III. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в полярной системе координат:

- 1) $r = 4 \cos(3\varphi)$; 2) $r = 3 \cos(2\varphi)$;
 3) $r = 2(1 - \cos \varphi)$; 4) $r = 2(1 - \sin \varphi)$;
 5) $r = 3 \sin(4\varphi)$; 6) $r = 3 \sin(3\varphi)$;
 7) $r = 2 - \sin \varphi$; 8) $r = 2 + \sin \varphi$;
 9) $r = 2 + \cos \varphi$; 10) $r = 2 - \cos \varphi$;
 11) $r = 2 \cos \varphi, r = \sqrt{3} (r \geq \sqrt{3})$; 12) $r = 2 \sin \varphi, r = \sqrt{3} (r \geq \sqrt{3})$;
 13) $r = 6 \sin(3\varphi), r = 3 (r \geq 3)$; 14) $r = 6 \cos(2\varphi), r = 3 (r \geq 3)$;
 15) $r = 6 \sin \varphi, r = 4 \sin \varphi$; 16) $r = 6 \cos \varphi, r = 4 \cos \varphi$;

- 17) $r = 2 \cos \varphi, r = 2\sqrt{3} \sin \varphi$;
 18) $r = 2 \sin \varphi, r = 2\sqrt{3} \cos \varphi$;
 19) $r = \sin \varphi, r = \cos \varphi$;
 20) $r = 5 \sin \varphi, r = 3 \sin \varphi$;
 21) $r = 4 \cos \varphi, r = 2\sqrt{2} (r \geq 2\sqrt{2})$
 22) $r = 4 \sin \varphi, r = 2\sqrt{2} (r \geq 2\sqrt{2})$
 23) $r = 2(1 + \cos \varphi)$;
 24) $r = 2(1 + \sin \varphi)$;
 25) $r = 1 - \sqrt{2} \cos \varphi$;
 26) $r = 1 - \sqrt{2} \sin \varphi$;
 27) $r = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi$;
 28) $r = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi$;
 29) $r = 4 \sin \varphi, r = 2\sqrt{2} (r \leq 2\sqrt{2})$
 30) $r = 4 \cos \varphi, r = 2\sqrt{2} (r \leq 2\sqrt{2})$

IV. Найти длину дуги кривой при указанном изменении абсциссы.

- 1) $y = \ln \sin x, \quad \pi/3 \leq x \leq 2\pi/3$;
 2) $y = \ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/3$;
 3) $y = \arcsin e^x, \quad -\ln 2 \leq x \leq 0$;
 4) $y = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1}), \quad 1 \leq x \leq 2$;
 5) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}), \quad 1 \leq x \leq 2$;
 6) $y = e^{x/2} + e^{-x/2}, \quad 0 \leq x \leq 2$;
 7) $y = (x^2 - 2 \ln x)/4, \quad 1 \leq x \leq 2$;
 8) $y = \ln(1 - x^2), \quad 0 \leq x \leq 1/2$;
 9) $y = 2\sqrt{(3 - x)^3}, \quad 1 \leq x \leq 3$;
 10) $y = \arccos e^x, \quad -\ln 7 \leq x \leq -\ln 2$;

- 11) $y = 3 \ln(x + \sqrt{x^2 - 9}), \quad 3 \leq x \leq 5;$
- 12) $y = 3 \ln(x - \sqrt{x^2 - 9}), \quad 3 \leq x \leq 5;$
- 13) $y = (e^x + e^{-x})/2, \quad 0 \leq x \leq 1;$
- 14) $y = 3 - e^{x/2} - e^{-x/2}, \quad 0 \leq x \leq 2;$
- 15) $y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 15/16;$
- 16) $y = \arccos x + \sqrt{1 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 9/16;$
- 17) $y = 1 - \ln(\sin x), \quad \pi/3 \leq x \leq \pi/2;$
- 18) $y = 2 + \ln(\cos x), \quad 0 \leq x \leq \pi/6;$
- 19) $y = (1 - e^x - e^{-x})/2, \quad 0 \leq x \leq 3;$
- 20) $y = (3 + e^{2x} + e^{-2x})/4, \quad 0 \leq x \leq 2;$
- 21) $y = \ln(x^2 - 1), \quad 2 \leq x \leq 3;$
- 22) $y = \arcsin \sqrt{x} - \sqrt{x - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1/2;$
- 23) $y = (e^{2x} + e^{-2x})/4, \quad 1/4 \leq x \leq 1/2;$
- 24) $y = \arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1/2;$
- 25) $y = 5 + \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 9/16;$
- 26) $y = 7 + \arccos x + \sqrt{1 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 15/16;$
- 27) $y = 3 + \ln(\sin x), \quad \pi/6 \leq x \leq \pi/4;$
- 28) $y = 2 - \ln(\cos x), \quad 0 \leq x \leq \pi/4;$
- 29) $y = \arccos(\sqrt{x}) - \sqrt{x - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1/2;$
- 30) $y = \arcsin(\sqrt{x}) + \sqrt{x - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1.$

V. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси OX области, ограниченной кривыми:

- 1) $y = -4x^3, x = 0, y = 4;$
- 2) $y = -4x^3, x = 1, y = 0;$
- 3) $y = 4x^3, x = 0, y = 4;$
- 4) $y = 8x^3, x = 1, y = 1;$

- 5) $y = -1 + 8x^3, x = 0, y = 7;$
- 6) $y = 1 + 8x^3, x = -1/2, y = 1;$
- 7) $y = 3 \sin x, y = \sin x (x \in [0, \pi]);$
- 8) $y = (x - 1)^3, y = 0, x = 3;$
- 9) $y = x^3, y = x^2;$
- 10) $y = x^3, y = x (x \geq 0);$
- 11) $y = 5 \cos x, y = \cos x (x \in [-\pi/2, \pi/2]);$
- 12) $y = x^3, x = y (x \leq 0);$
- 13) $y = x^2 + 1, y = -x, x = 0, x = -1;$
- 14) $y = 2^x, y = 1, x = 2;$
- 15) $y = 2x - x^2, y = 4x - 2x^2;$
- 16) $y = x^3, y = 1, x = 2;$
- 17) $y = -x^3, y = 8, x = 0;$
- 18) $y = \sin x, y = \cos x, x = 0 (x \geq 0);$
- 19) $y = \sqrt{x}, y = 1/x, x = 4;$
- 20) $y = \sqrt{x}, y = x/2;$
- 21) $y = x^2, y = 2x;$
- 22) $y = x^2, y = -2x;$
- 23) $y = \sin x, y = 1/2 (x \in [0, \pi]);$
- 24) $y = 2x - x^2, y = x;$
- 25) $y = 25 - x^2, y = 16;$
- 26) $y = \operatorname{tg} x, x = 0, y = \sqrt{3};$
- 27) $y = e^x, y = e^{-x}, x = -1;$
- 28) $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1;$
- 29) $y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = \pi/6;$
- 30) $y = \operatorname{tg} x, y = 1, x = 0.$

VI. Найти полный дифференциал первого порядка заданной функции:

1) $f(x, y) = \sqrt{x + xy^2 - y^3};$

2) $f(x, y) = x \operatorname{tg} \frac{y}{x};$

3) $f(x, y) = \operatorname{ctg} \sqrt{y^2 - x};$

4) $f(x, y) = \cos \frac{x^2}{3x + y};$

5) $f(x, y) = \frac{xy}{x - 3y^2 + 1};$

6) $f(x, y) = \sqrt{3x^2 - 2y^3 + xy};$

7) $f(x, y) = x \operatorname{tg}(e^{2x} + y^2);$

8) $f(x, y) = \sqrt[3]{1 - x + y^2};$

9) $f(x, y) = \sin(y^2 - 3xy - x^4);$

10) $f(x, y) = \sqrt{x} \sin(y/x);$

11) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(x/y^2);$

12) $f(x, y) = \arcsin \sqrt{2x - 3y};$

13) $f(x, y) = \operatorname{arctg} \sqrt{2x - y^2}$

14) $f(x, y) = \arcsin \frac{x + y}{x - y};$

15) $f(x, y) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - y};$

16) $f(x, y) = e^{\frac{x+2y}{y-3x}};$

17) $f(x, y) = x/\sqrt{x^2 - y};$

18) $f(x, y) = e^{\sqrt{3x^2 - y}};$

19) $f(x, y) = x \cos(2x - \sqrt{y});$

20) $f(x, y) = \arccos \sqrt{x + y^2};$

21) $f(x, y) = \frac{x - y^2}{y + 2x};$

22) $f(x, y) = \cos \frac{x + y}{1 - xy};$

23) $f(x, y) = \sqrt{y + \ln(3x - 2y)};$

24) $f(x, y) = \lg(x^2 + y^2)/x;$

25) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(2x/y);$

26) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(2y/x);$

27) $f(x, y) = \arccos(2x/y^2);$

28) $f(x, y) = \frac{3x + y^2}{x^2 - y};$

29) $f(x, y) = x \operatorname{tg}(y^2 - xy - 2x);$

30) $f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x + y^3}}.$

VII. Найти все частные производные второго порядка заданной функции, доказать, что $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

1) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(x^2 - 2y);$

2) $f(x, y) = \ln(3x - 2y^2);$

3) $f(x, y) = \ln(4x^2 - 5y);$

4) $f(x, y) = \arcsin(4x + y);$

5) $f(x, y) = \cos(3x - y^3);$

6) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(x + y^2);$

7) $f(x, y) = \ln(2x^2 - y^4);$

8) $f(x, y) = \cos(x^2 + y);$

- | | |
|--|--|
| 9) $f(x, y) = \operatorname{arcctg}(xy + 1)$; | 10) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(3y + 5)$; |
| 11) $f(x, y) = e^{2x^2+y}$; | 12) $f(x, y) = \cos(x + y^2)$; |
| 13) $f(x, y) = \sin(x^2 - y)$; | 14) $f(x, y) = \arcsin(x^2 - y)$; |
| 15) $f(x, y) = \ln(y^2 - 3xy + 2)$; | 16) $f(x, y) = \sin(2x - \sqrt{y})$; |
| 17) $f(x, y) = \sin(xy - 2y + 4)$; | 18) $f(x, y) = \sin(xy + y^2 + 1)$; |
| 19) $f(x, y) = \ln(x^2 + 2y)$; | 20) $f(x, y) = \ln(5x - yx + y)$; |
| 21) $f(x, y) = \sin(\sqrt{x^3} - y)$; | 22) $f(x, y) = \ln(4x - y^2)$; |
| 23) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(2x - y^2)$; | 24) $f(x, y) = \arccos(x - 5y)$; |
| 25) $f(x, y) = \cos(x^2 - y)$; | 26) $f(x, y) = \ln(5x^3 - y)$; |
| 27) $f(x, y) = \ln(5x + y^2)$; | 28) $f(x, y) = e^{x^2 - yx + x^3}$. |
| 29) $f(x, y) = \cos(x^2 - 2y)$ | 30) $f(x, y) = \ln(3xy - 4)$ |

VIII. Для заданной функции найти $\frac{\partial f}{\partial \bar{l}}(M)$, градиент функции в точке M и величину градиента в точке M :

- 1) $f(x, y) = 4 \ln(3 + x^2) - xy$, $M(1, 1)$, $\bar{l} = (1, 5)$;
- 2) $f(x, y) = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$, $M(4, 4)$, $\bar{l} = (1, -2)$;
- 3) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(y/x) + xy$, $M(1, 1)$, $\bar{l} = (2, -1)$;
- 4) $f(x, y) = \sqrt{x + y^3} + xy$, $M(-2, 3)$, $\bar{l} = (2, 5)$;
- 5) $f(x, y) = 4x^2y - \sqrt{x^2 + y}$, $M(0, 1)$, $\bar{l} = (1, -1)$;
- 6) $f(x, y) = x \ln(1 + y^2) - \arccos(x^2 + y)$, $M(3/5, 0)$, $\bar{l} = (-1, 3)$;
- 7) $f(x, y) = x\sqrt{y} - yx^3$, $M(1, 1)$, $\bar{l} = (2, 3)$;
- 8) $f(x, y) = \operatorname{arcctg}(y/x) + xy$, $M(1, 1)$, $\bar{l} = (1, -1)$;
- 9) $f(x, y) = \ln(x + y^2) - y\sqrt{x}$, $M(4, 0)$, $\bar{l} = (1, 2)$;
- 10) $f(x, y) = x\sqrt{y} - x^2y$, $M(2, 1)$, $\bar{l} = (1, -2)$;
- 11) $f(x, y) = y\sqrt{x} + \cos(x - y^2)$, $M(\pi/2, 0)$, $\bar{l} = (2, 1)$;
- 12) $f(x, y) = \ln(x^2 + e^y)$, $M(1, 0)$, $\bar{l} = (2, -1)$;

- 13) $f(x, y) = 7 \ln(13 + x^2) - 4xy$, $M(1, 1)$, $\bar{l} = (1, -5)$;
 14) $f(x, y) = x^2y + \sqrt{xy+1}$, $M(1, 1)$, $\bar{l} = (1, 2)$;
 15) $f(x, y) = \sin(xy - x/y)$, $M(2, 1)$, $\bar{l} = (-1, 2)$;
 16) $f(x, y) = xy^2 - \sqrt{x^3 - y}$, $M(1, 0)$, $\bar{l} = (-1, 5)$;
 17) $f(x, y) = \ln(y^2 + x^2) - ye^x$, $M(1, 0)$, $\bar{l} = (-2, 3)$;
 18) $f(x, y) = 2x \ln y - y \arcsin x$, $M(0, e)$, $\bar{l} = (1, 2)$;
 19) $f(x, y) = \ln(y^2 + x^2) + xy$, $M(e, e)$, $\bar{l} = (-2, 1)$;
 20) $f(x, y) = x^2 + \operatorname{arctg}(y - x^2)$, $M(2, 1)$, $\bar{l} = (1, -2)$;
 21) $f(x, y) = \sqrt{xy-5} + y^2x$, $M(10, 1)$, $\bar{l} = (1, 2)$;
 22) $f(x, y) = \sin(x + 2y) - \sqrt{x+y}$, $M(\pi/4, \pi/4)$, $\bar{l} = (2, -1)$;
 23) $f(x, y) = x \ln(2x + y) - (xy + 1)^2$, $M(1, 0)$, $\bar{l} = (1, 5)$;
 24) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^3} - \sin(xy)$, $M(0, 1)$, $\bar{l} = (2, 3)$;
 25) $f(x, y) = xy - \sqrt[3]{y^2 - 3x}$, $M(0, 1)$, $\bar{l} = (1, 2)$;
 26) $f(x, y) = x\sqrt{9 + y^2} - \cos(xy)$, $M(\pi/8, 4)$, $\bar{l} = (3, -1)$;
 27) $f(x, y) = \sin(3y - x^2) - e^{xy}$, $M(0, \pi/3)$, $\bar{l} = (2, 1)$;
 28) $f(x, y) = 2\sqrt{3x - 2y} + \cos(xy)$, $M(2, 1)$, $\bar{l} = (3, -1)$;
 29) $f(x, y) = \lg(x^2y - 5) + x\sqrt{y}$, $M(5, 1)$, $\bar{l} = (1, 3)$;
 30) $f(x, y) = xy + \arcsin(2x^3 - y)$, $M(0, 3/5)$, $\bar{l} = (1, 5)$;

IX. Исследовать на экстремум заданную функцию:

- 1) $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$;
- 2) $f(x, y) = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$;
- 3) $f(x, y) = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$;
- 4) $f(x, y) = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$;
- 5) $f(x, y) = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y$;
- 6) $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$;

7) $f(x, y) = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10;$

8) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1;$

9) $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2;$

10) $f(x, y) = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2;$

11) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y;$

12) $f(x, y) = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10;$

13) $f(x, y) = (x - 5)^2 + y^2 + 1;$

14) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy;$

15) $f(x, y) = 2xy - 2x^2 - 4y^2;$

16) $f(x, y) = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3;$

17) $f(x, y) = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2;$

18) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 12x - 12y;$

19) $f(x, y) = xy - x^2 - y^2 + 9;$

20) $f(x, y) = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10;$

21) $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1;$

22) $f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y;$

23) $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20;$

24) $f(x, y) = 6xy - x^2y - y^2 \quad (y \neq 0);$

25) $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y;$

26) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - y;$

27) $f(x, y) = (x - 1)^2 + 2y^2;$

28) $f(x, y) = xy - 3x^2 - 2y^2;$

29) $f(x, y) = x^2 + 3(y + 2)^2;$

30) $f(x, y) = 2(x + y) - x^2 - y^2.$

Х. Найти наибольшее и наименьшее значения заданной функции $f(x, y)$ в области D , ограниченной указанными кривыми:

- 1) $f(x, y) = 3x + y - xy$; $D: y = x, y = 4, x = 0$;
- 2) $f(x, y) = xy - x - 2y$; $D: y = x, y = 0, x = 3$;
- 3) $f(x, y) = xy - x - 2y$; $D: y = x, y = 0, x = 3$;
- 4) $f(x, y) = 5x^2 - 3xy + y^2$; $D: y = 1, y = 0, x = 0, x = 1$;
- 5) $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2$; $D: x - y + 1 = 0, y = 0, x = 3$;
- 6) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$; $D: y + x - 1 = 0, y = 0, x = 0$;
- 7) $f(x, y) = xy - x^2/2$; $D: y = 8, y = 2x^2$;
- 8) $f(x, y) = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$; $D: y = 0, y = 1, x = 0, x = 1$;
- 9) $f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$; $D: y + x = 3, y = 0, x = 0$;
- 10) $f(x, y) = 2x^2 - xy + y$; $D: y = 0, y = 4, x = 0, x = 4$;
- 11) $f(x, y) = xy - 2x - y$; $D: y = 0, y = 4, x = 0, x = 3$;
- 12) $f(x, y) = 2x^3 - xy^2 - y^2$; $D: y = 0, y = 6, x = 0, x = 1$;
- 13) $f(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y - 2$; $D: y = 0, x = 0, x + y - 1 = 0$;
- 14) $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 + 1$; $D: y = 0, y = 3\sqrt{4 - x^2}/2$;
- 15) $f(x, y) = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$; $D: x + y + 1 = 0, y = 0, x = -3$;
- 16) $f(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1$; $D: x - y - 1 = 0, y = 0, x = 5$;
- 17) $f(x, y) = 2x^2 + 2xy - 4x - y^2/2$; $D: y = 2x, y = 2, x = 0$;
- 18) $f(x, y) = x^2 - 2xy - 2x + 5y^2/2$; $D: y = 0, y = 2, x = 0, x = 2$;
- 19) $f(x, y) = xy - 3x - 2y$; $D: y = 0, y = 4, x = 0, x = 4$;
- 20) $f(x, y) = x^2 + xy - 2$; $D: y = 4x^2 - 4, y = 0$;
- 21) $f(x, y) = x^2 + 2xy + 5$; $D: y = x^2 - 4, y = 0$;
- 22) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$; $D: y = 2, y = -1, x = 0, x = 2$;
- 23) $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$; $D: x - 2y - 4 = 0, x = 0, x + 2y - 4 = 0$;
- 24) $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$; $D: y = 0, x = 3, y = x + 1$;

25) $f(x, y) = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y$; $D: x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$;

26) $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2xy - 2x + 2y$; $D: x - y = 0, y = 0, x = 2$;

27) $f(x, y) = 4 - 2x^2 + y^2$; $D: y + x = 1, y = 0, x = 3$;

28) $f(x, y) = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$; $D: y = 1, y = -1, x = 1, x = -1$;

29) $f(x, y) = x^2 + 2xy + 4x - y^2$; $D: y = 0, x = 0, x + y + 2 = 0$;

30) $f(x, y) = 2x^2 - x^3 - x^2y$; $D: y = 0, x = 0, y + x = 6$;

XI. Найти общие решения дифференциальных уравнений:

1) a) $4x dx - 3y dy - 3x^2 y dy - 2xy^2 dx = 0$, b) $(y^2 - 3x^2)y' + 2xy = 0$;

2) a) $6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$, b) $x^2 - 2y^2 - xy y' = 0$;

3) a) $x\sqrt{1+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0$, b) $x - y + (x+y)y' = 0$;

4) a) $\sqrt{3+y^2} dx - y dy = x^2 y dy$, b) $y^2 - xy + x^2 y' = 0$;

5) a) $\sqrt{4-y^2} dx - y dy = x^2 y dy$, b) $y'x + x + y = 0$;

6) a) $x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{2-x^2} dy = 0$, b) $y'x^2 - y(x-y) = 0$;

7) a) $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0$, b) $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$;

8) a) $yy'\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = 0$, b) $y dx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0 (x > 0)$;

9) a) $6x dx + 6y dy = 2x^2 y dy + 3xy^2 dx$, b) $xy' - y + \sqrt{x^2 + y^2} = 0 (x > 0)$;

10) a) $x\sqrt{5-y^2} dx - y\sqrt{4+x^2} dy = 0$, b) $(2x^2 + xy)y' = xy + y^2$;

11) a) $(4 + e^x)y' - ye^x = 0$, b) $(y^2 + 3xy + x^2)dx - x^2 dy = 0$;

12) a) $\sqrt{4-x^2}y' + xy^2 + x = 0$, b) $(x^2 - 2xy)dy = (xy - 2y^2)dx$;

13) a) $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$, b) $xy' + 2\sqrt{xy} - y = 0 (x > 0)$;

14) a) $x\sqrt{4-y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0$, b) $y^2 - 2xy - x^2 y' = 0$;

15) a) $\sqrt{5+y^2} + yy'\sqrt{1-x^2} = 0$, b) $(x+2y)dx + xdy = 0$;

16) a) $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$, b) $2xyy' + x^2 + y^2 = 0$;

17) a) $5x dx - 7y dy = x^2 y dy - 3xy^2 dx$, b) $(x+y)y' + 2x - y = 0$;

18) a) $y \ln y + xy' = 0$, b) $(x-y)dx + (x+y)dy = 0$;

- 19) a) $7xdx - 5ydy = 2x^2ydy - 9xy^2dx$, b) $xy' - y + \sqrt{x^2 + y^2} = 0$ ($x > 0$);
 20) a) $\sqrt{1 - x^2}dy + (xy^2 + x)dx = 0$, b) $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$.
 21) a) $3xdx - 2ydy = 5x^2ydy - 9xy^2dx$, b) $(y^2 - x^2)y' + xy = 0$;
 22) a) $y(1 + \ln y) + xy' = 0$, b) $xdy - y(1 - \ln(y/x))dx = 0$;
 23) a) $(3 - e^x)y' = ye^x$, b) $xdy - ydx = x \operatorname{tg}(y/x)$;
 24) a) $\sqrt{5 - y^2}dx + y\sqrt{1 - x^2}dy = 0$, b) $xy' = y - xe^{y/x}$;
 25) a) $xdx - ydy = x^2ydy - xy^2dx$, b) $y^2 + xy - x^2y' = 0$;
 26) a) $(e^x + 1)ydy = e^xdx$, b) $xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$;
 27) a) $\sqrt{5 + y^2}dx - 3(x^2y - y)dy = 0$, b) $xy' - y = (x + y) \ln(1 + y/x)$.
 28) a) $\sqrt{2 - y^2}dx + 4(x^2y + y)dy = 0$, b) $x^2y' = y^2 + 4xy + 2x^2$.
 29) a) $2xdx - ydy = 3x^2ydy - xy^2dx$, b) $xyy' = x^2 + y^2$;
 30) a) $\sqrt{2 - x^2}dy + (2xy^2 + 2x)dx = 0$, b) $xy' - y = x \operatorname{ctg}(y/x)$.

ХІІ. Решить задачу Коши (найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям):

- | | |
|--|--|
| 1) $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$; | 2) $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(-1) = \frac{3}{2}$; |
| 3) $y' - \frac{2x-5}{x^2}y = 5, y(2) = 4$; | 4) $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, y(\frac{\pi}{2}) = 0$; |
| 5) $y' - 3x^2y = x^2, y(0) = 1$; | 6) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, y(1) = 1$; |
| 7) $y' + \frac{y}{x+1} = x^2, y(0) = 0$; | 8) $y' - y = \frac{e^x}{x}, y(1) = 0$; |
| 9) $xy' + y = \ln x + 1, y(e) = 0$; | 10) $y' - \frac{2y}{x} = \frac{3}{x^2}, y(1) = 0$; |
| 11) $y' + 2xy = xe^{-x^2}, y(0) = 0$; | 12) $y'(1 - x^2) + xy = 1, y(0) = 1$; |
| 13) $xy' + y = \sin x, y(\frac{\pi}{2}) = \frac{2}{\pi}$; | 14) $y' - \frac{y}{x} + e^{-x^2} = 0, y(1) = \frac{1}{2e}$; |
| 15) $y' - y = e^x, y(0) = 1$; | 16) $y' - 2xy = 2x^3, y(0) = 0$; |

- 17) $(y' + y)(1 - x) = e^{-x}$, $y(0) = 0$; 18) $xy' + (x + 1)y = 3x^2e^x$, $y(1) = 0$;
 19) $xy' - 2y + x^2 = 0$, $y(1) = 0$; 20) $y' + y \operatorname{tg}(x) = \cos^2 x$, $y(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$;
 21) $y' + \frac{y}{x} = x \sin x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 1$; 22) $y' - \frac{2y}{x+1} = e^x(x+1)^2$, $y(0) = 1$;
 23) $y' + y \cos x = \cos x$, $y(0) = 0$; 24) $y' + y \sin x = \sin x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 2$;
 25) $y' - \frac{y}{x} = x \cos x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 0$; 26) $y'x \ln x - 2y = \ln x$, $y(e) = 0$;
 27) $y'x \ln x + 2y = \ln x$, $y(e) = 0$; 28) $y' + y = 2e^x$, $y(0) = 0$;
 29) $y' - y \operatorname{ctg}(x) = \sin^2 x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 1$; 30) $xy' + y = \sin^2 x$, $y(\pi) = 0$.

ХІІІ. Исследовать числовые ряды (на сходимость - ряды а) и б), на абсолютную и условную сходимость - ряды с) и d)):

- 1) a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{(n-1)!}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi n + 3}{2n + 1}$, c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1 + \ln n}$, d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{3^n + 2}$;
 2) a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n}{(n-1)!}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n+3}{2n+1}$, c) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+5}$, d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2 + 3}$;
 3) a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3}}{2n}$, c) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{n}$, d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n}{3n^2 - 1}$;
 4) a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(2n)!}$, b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n^2 + 3}{n^2 - 1}$, c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n - 1}$, d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n}{n^2 + \ln n}$;
 5) a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{3^n}$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg}(-n)$, c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2 + 3n}$, d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n+1)}{6^n + 5}$;

$$6) \quad a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+5}{n!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{2n-3}{n+4}, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\ln n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{2^n-1};$$

$$7) \quad a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{(n+1)!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi n+3}{3n-1}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n+2}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 3n}{n^2+\sqrt{n}};$$

$$8) \quad a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi n-3}{4n-1}, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+3}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n}{2n^4-n};$$

$$9) \quad a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} n + \sqrt{n}, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3+n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{3^n+1};$$

$$10) \quad a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{6^n}{n^2+1}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-3}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{(n+1)!};$$

$$11) \quad a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+2)!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi n+2}{4n-1}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 3n}{3n^2+2};$$

$$12) \quad a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+3}{n^3+4}, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3+\ln n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 5n}{n^2+3^n};$$

$$13) \quad a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{(n+1)!}, \quad b) \sum_{n=2}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi n+3}{6n-1}, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 2n}{3^n+5};$$

$$14) \quad a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{(2n)!}, \quad b) \sum_{n=2}^{\infty} \ln \frac{2n^2-3}{n^2+1}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{2n-1}}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)}{2^n+n};$$

$$15) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n + 1}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \operatorname{arctg}(n+1), \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3 + \sqrt{n}}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n/2)}{e^n - 1};$$

$$16) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \lg \frac{10n-3}{n+10}, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt[3]{n}}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n/3)}{2^n + 1};$$

$$17) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n+1)}{5^n - 1}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + n}{n}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}, \quad d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin 3n}{n^3 - \sqrt{n}};$$

$$18) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+5}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{n+3}{\sqrt{3n+1}}, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \lg n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n/3)}{n^3 + 3};$$

$$19) \ a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{4^n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \sin n}{n}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2 + \ln n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n!};$$

$$20) \ a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{6^n}{\ln n + 1}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \left(1 - \frac{2}{n}\right), \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{5}{n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^4 + 4};$$

$$21) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (\operatorname{arctg} n + 1), \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \ln n}, \quad d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos 4n}{n^2 - 1};$$

$$22) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(2n)!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{3n+1} + \sqrt[6]{n}), \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n + 5 \ln n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 7n}{n^3 + n};$$

$$23) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (e^{\sqrt{n^2+3}} + n), \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + \ln n}, \quad d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos 3n}{n^2 - 1};$$

$$24) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(2n)!}, \quad b) \sum_{n=2}^{\infty} \cos \frac{n^2 - 1}{n^2 + 9}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{2n+1}}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n+8)}{2^n};$$

$$25) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{5^n - 1}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(n^2 + \frac{\sin n}{n} \right), \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{13 + \ln n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n/3)}{n^4 + 1};$$

$$26) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-1)}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + n} - n), \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{8n-3}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{3^n};$$

$$27) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (2n+5)}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(2 + \frac{1}{n}\right), \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}, \quad d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n}{n^3 + 1};$$

$$28) \ a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-3}{\sqrt{3n+1}}, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n + 2}, \quad d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2 - 3};$$

$$29) \ a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{n!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n, \quad c) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n + 5}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{2n^3 - 1};$$

$$30) \ a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{6^n}{(n+6)!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} n \sin(2/n), \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{5}{n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{4^n + 7}.$$

XIV. Найти радиус, интервал и область сходимости степенного ряда:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3n+8}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{5^n};$$

$$\begin{array}{lll}
4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{3n+8}; & 5) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{\ln n-1}; & 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{\sqrt[3]{n}+1}; \\
7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n-1}; & 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n+2}; & 9) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{3n-1}; \\
10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{n^3+\lg n}; & 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{9^n-3}; & 12) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{\sqrt{n}+5}; \\
13) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{4n+2}; & 14) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-9)^n}{3n+8}; & 15) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{2\ln n+1}; \\
16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-9)^n}{n+3n^2}; & 17) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+6)^n}{2n+7}; & 18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n}; \\
19) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+7)^n}{6n+1}; & 20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{n+7}; & 21) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-8)^n 3^n}{n+1}; \\
22) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n(n+1)}{5^n}; & 23) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n+\ln n}; & 24) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+9)^n}{n+3}; \\
25) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{\ln n+2^n}; & 26) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n+1}; & 27) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{n^2+7}; \\
28) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^n}{n+4^n}; & 29) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{3n+7}; & 30) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\ln n+3n};
\end{array}$$

XV. Используя формулы для разложения в ряд Маклорена элементарных функций, разложить в ряд по степеням x заданную функцию $f(x)$ и исследовать сходимость ряда к своей функции:

$$\begin{array}{lll}
1) f(x) = \sqrt{4-3x}; & 2) f(x) = (2+3x)^{-2}; & 3) f(x) = \ln(3-2x); \\
4) f(x) = (2+3x)^{-1}; & 5) f(x) = \ln(3-8x); & 6) f(x) = \sqrt[3]{2+9x}; \\
7) f(x) = \sqrt[4]{2-x}; & 8) f(x) = \ln(3-x); & 9) f(x) = (1-6x)^{-3}; \\
10) f(x) = \sqrt[3]{1-2x}; & 11) f(x) = (3-4x)^{-2}; & 12) f(x) = \ln(7-3x); \\
13) f(x) = (4+7x)^{-3}; & 14) f(x) = \sqrt[3]{1-5x}; & 15) f(x) = \ln(8-3x); \\
16) f(x) = \sqrt[3]{1+2x}; & 17) f(x) = (3-7x)^{-1}; & 18) f(x) = \ln(4-7x); \\
19) f(x) = (1-6x)^{-2}; & 20) f(x) = \sqrt[2]{1+3x}; & 21) f(x) = \ln(5-11x);
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
22) f(x) = \sqrt{3 - 5x}; & 23) f(x) = (4 - 3x)^{-3}; & 24) f(x) = \ln(5 - x); \\
25) f(x) = (7 - 3x)^{-1}; & 26) f(x) = \ln(5 - 6x); & 27) f(x) = \sqrt[4]{7 - 2x}; \\
28) f(x) = \ln(7 + 9x); & 29) f(x) = (4 - 5x)^{-2}; & 30) f(x) = \sqrt{2 - 9x};
\end{array}$$

Литература

1. Налбандян Ю.С., Подпорин В.П. Развернутая программа по математическому анализу. Методические указания для студентов заочного отделения экономического факультета РГУ. Ростов-на-Дону: УПЛ РГУ. 1997.
2. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М.: Наука. 1975 (и более поздние издания).
3. Абанин А.В., Епифанов О.В., Подпорин В.П. Определенный интеграл, функции многих переменных, ряды, дифференциальные уравнения. Методические указания по курсу математического анализа для студентов ОЗО экономического факультета. УПЛ РГУ, 1991.
4. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. М.: Наука, 1987 (и более поздние издания).
5. Высшая математика для экономистов: для вузов. Под ред. Н.Ш.Кремера. М.: Банки и Биржи, ЮНИТИ. 1998.
6. Налбандян Ю.С., Спинко Л.И. "Контрольные задания по математическому анализу. Методические указания для студентов заочного отделения экономического факультета РГУ. Часть I". Ростов-на-Дону: УПЛ РГУ, 1999.
7. Налбандян Ю.С., Спинко Л.И. "Контрольные задания по математическому анализу. Методические указания для студентов заочного отделения экономического факультета РГУ. Часть II". Ростов-на-Дону: УПЛ РГУ, 2000.